ÜBER DIE

INTERNATIONALEN ABSOLUTEN,

INSBESONDERE DIE

MAGNETISCHEN UND DIE ELEKTRISCHEN MAASSE.

VORTRÄGE, GEHALTEN IM NASSAUISCHEN VEREIN FÜR NATURKUNDE WÄHREND DES WINTERS 1894/95

VON

DR. LUDWIG KAISER
(WIESBADEN).

KIRCHHOFF's Vorlesungen über mathematische Physik beginnen mit dem Satze: »Die Mechanik ist die Wissenschaft von der Bewegung; als ihre Aufgabe bezeichnen wir: die in der Natur vor sich gehenden Bewegungen vollständig und auf die einfachste Weise zu beschreiben«. Dieser Satz lässt sich verallgemeinern; die hier der Mechanik zugewiesene Aufgabe kann als die Aufgabe der Physik überhaupt bezeichnet werden.

An einer physikalischen Erscheinung bleibt nichts mehr zu erklären übrig, sobald sie auf einen genau bestimmten mechanischen Vorgang zurückgeführt ist. In der That zeigt uns die Geschichte der Physik, wie ihre einzelnen Zweige bestrebt sind, sich zu besonderen Kapiteln der Mechanik zu entwickeln. Seit HUYGHENS betrachten wir das Licht als eine Wellenbewegung des Aethers, seit ROBERT MAYER die Wärme als eine Molekularbewegung; und seit den epochemachenden Entdeckungen von HEINRICH HERTZ schickt auch die Lehre von der Elektricität sich an, den Weg der Optik zu gehen. Und in dem Maasse, wie die mechanische Erklärung einer physikalischen Erscheinung gelingt, wird diese der mathematischen Behandlung zugänglich, gewinnt die Physik Antheil an der der Mathematik eigenen Beweiskraft und Gewissheit. In diesem Sinne sehen wir das stolze Wort KANT's immer mehr zur Wahrheit werden, dass in jeder besonderen Naturlehre nur so viel eigentliche Wissenschaft angetroffen werden könne, als darin Mathematik anzutreffen sei.

Zur mathematischen, d. i. quantitativen Auffassung eines Bewegungsvorganges bedarf es seiner Darstellung durch Maass und Zahl. Durch Beobachtung und Messung müssen die Data gewonnen werden, die in die mathematische Formel einzusetzen sind. Zu messen ist aber bei jeder Bewegung ihre räumliche Ausdehnung, ihr zeitlicher Verlauf, sowie ihr Träger, die bewegte Masse, entsprechend den drei Grundvorstellungen des Raumes, der Zeit und der Materie. Die Physik bedarf daher dreier Grundmaasse, nämlich je eines Maasses für räumliche Aus-

dehnung, für die Zeit, für die Masse: alle übrigen Maasse nicht nur der Mechanik sondern der Physik überhaupt werden auf jene Grundmaasse zurückgeführt und heissen abgeleitete Maasse.

Mit den Fortschritten und den Wandlungen der Wissenschaft hält das physikalische Maasssystem gleichen Schritt. In der neueren Zeit hat sich ein Wechsel dieses Systems nach einer zweifachen Richtung vollzogen: die physikalischen Maasse sind erstens international und zweitens absolut geworden. Hatte vordem jedes Land und jedes Ländchen seine eigenen Maasse, Gewichte u. s. w. gehabt, ein Luxus, der dem Verkehr die drückendsten Belästigungen auferlegte, so hatten sich die Männer der Wissenschaft vermöge einer stillschweigenden Uebereinkunft zur Annahme des französischen Maass- und Gewichtssystems schon lange geeinigt, bevor dem Verkehr diese Wohlthat durch gesetzliche Beschlüsse der einzelnen Länder gesichert wurde. Zugleich aber wurde der Gedanke verwirklicht, zur Messung mechanischer Kraft, Arbeit u. s. w. nur solche Maasse zu verwenden, die nicht wie das Grammgewicht von einem zum anderen Punkte der Erdoberfläche veränderlich, sondern immer und überall dieselben sind. Freilich haben sich, zumal im grosstechnischen Betriebe, neben diesen von der Wissenschaft geforderten absoluten noch die älteren Maasse behauptet, ein Dualismus, der dem Verständniss oft störend in den Weg tritt. Dazu kommt, dass die heute in die Elektrotechnik eingeführten absoluten Maasse, die »Ampère«, »Volt« und »Ohm« für den Nichtfachmann etwas Fremdartiges haben und den Zusammenhang mit den verständlicheren Maassen der Mechanik nicht unmittelbar erkennen lassen. Das Verständniss jener Maasse setzt zugleich die Kenntniss bestimmter physikalischer Thatsachen, Gesetze und zum Theil schwieriger Begriffe voraus. Im Folgenden soll versucht werden, unter Berufung auf jene Thatsachen und Gesetze wie die geschichtliche Entwickelung die wichtigsten der internationalen absoluten Maasse, namentlich der magnetischen und der elektrischen, zu erklären.

Das französische Maasssystem.

Der ersten französischen Republik gebührt das Verdienst, das Durcheinander der verschiedenartigen Maasse beseitigt und zunächst das Längenmaass — wenigstens der Idee nach — auf eine feste, durch die Natur selbst gegebene Grösse zurückgeführt zu haben. Zwar hatte schon HUYGHENS im Jahre 1673 den Vorschlag gemacht, den dritten Theil

von der Länge des Sekundenpendels als »pes horarius« zur Längeneinheit zu wählen, und LEIBNIZ hatte die Idee eines »philosophischen Fusses« als des dritten Theils des Sekundenpendels unter der Breite von 45° adoptirt. Allein dieser Vorschlag blieb unbeachtet, bis TALLEYRAND 1790 in der Assemblée nationale den Gedanken anregte, in Gemeinschaft mit England eine auf der Länge des Sekundenpendels beruhende Längeneinheit zu bestimmen. Eine Commission, bestehend aus den Mathematikern BORDA, LAGRANGE, LAPLACE, MONGE und CONDORCET, wurde beauftragt, der Versammlung geeignete Vorschläge zu machen. Diese Commission erstattete am 19. März 1791 ihren Bericht und bezeichnete für die Festsetzung des Längenmaasses drei verschiedene Grundlagen: 1) die Länge des Sekundenpendels, 2) den Quadranten des Erdäquators und 3) den Quadranten des Erdmeridians. Den ersten Vorschlag verwarf die Commission, weil diese Bestimmung ein fremdes Element, die Zeit einschliesse: der zweite Vorschlag erschien ungeeignet mit Rücksicht auf die Schwierigkeit, einen ausreichenden Theil des grösstentheils durch unwirthliche Gegenden führenden Aequators zu messen. Man entschied sich also für den Quadranten des Erdmeridians, dessen Länge durch eine erneute Gradmessung mit möglichster Genauigkeit bestimmt werden sollte. Die früher ins Auge gefasste Mitwirkung einer fremden Nation (Englands) wurde abgelehnt, »damit man in Zukunft wisse, welcher Nation man die Idee und die Bestimmung eines natürlichen Grundmaasses zu verdanken habe.« In den Jahren 1792 bis 1799 wurde diese Arbeit ausgeführt und der Meridianbogen von Dünkirchen bis Barcelona (9° 40′ 25″.9) trigonometrisch gemessen. Das Ergebniss dieser Messung verband man mit demjenigen der Peruanischen Gradmessung, die von französischen Gelehrten in den Jahren 1736 bis 1744 ausgeführt worden war und einen nach beiden Seiten des Aequators sich erstreckenden Bogen von 3° 7′ 4″ umfasste. Durch Combination dieser Ergebnisse berechnete LAPLACE die Abplattung der Erde zu $\frac{1}{334}$ und die Gesammtlänge des Meridianquadranten zu 5 130 738,62 Toisen. Der zehnmillionte Theil dieser Länge ergab sich zu 443,296 alten pariser Linien, und diese Länge wurde als Mètre définitif durch Beschluss vom 25. Juni 1800 gesetzlich festgesetzt. Ein Platinstab, der bei einer Temperatur von 0° C. genau diese Länge hat, wurde als Normalmeter im National-Archiv niedergelegt. Seit 1889 wird im internationalen Bureau für Maass und Gewicht in Sèvres bei Paris ein

Platin-Iridium-Maassstab aufbewahrt, auf welchem zwei eingeätzte Striche bei der Temperatur des schmelzenden Eises die Länge des Meters genau anzeigen.

Später hat BESSEL einen Fehler in den französischen Rechnungen nachgewiesen, infolgedessen das Mètre définitif thatsächlich um ein Geringes zu klein ausgefallen ist. Aber auch abgesehen von diesem Fehler könnte das französische Meter als ein genaues Naturmaass nicht angesehen werden. Die neueren Gradmessungen haben unwiderleglich ergeben, dass die Erde kein genaues Sphäroïd mit elliptischem Querschnitt ist, dass das »Geoïd« eine mathematisch genau definirbare Gestalt überhaupt nicht besitzt. Hieraus folgt, dass schwerlich zwei Meridiane einander gleich sein werden, man also von der Länge des Erdmeridians mit einer solcken Strenge, wie sie die Franzosen für ihr Meter in Anspruch genommen haben, nicht sprechen kann. Ginge heute jenes Prototyp sammt seinen Copieen verloren, so würde durch eine erneute Bestimmung dasselbe Meter nicht wieder ermittelt werden. Das Meter ist, wie BESSEL sagt, ein nach einer gewissen Absicht gewählter aber dennoch innerhalb gewisser engerer oder weiterer Grenzen willkürlicher Theil der Toise de Perou, d. h. jenes französischen Maassstabes, mit welchem die Peruanische Gradmessung ausgeführt worden ist. Wenn wir daher einerseits anerkennen, dass wir die Idee dieses »Naturmaasses« den Franzosen zu verdanken haben, so wissen wir auch andererseits, dass die Verwirklichung dieser Idee vollkommen nicht gelungen ist und nicht gelingen konnte. Der pes horarius von HUYGHENS hätte mit grösserem Rechte auf den Namen eines absoluten, d. h. durch die Natur selbst fest bestimmten Maasses Anspruch erheben dürfen. Die Länge des Sekundenpendels ist auf das Schärfste bestimmt worden. War einmal die Länge des Sekundenpendels für eine bestimmte Breite (etwa diejenige von 45°) als Längeneinheit festgesetzt worden, so konnte das etwa verlorene Urmaass durch erneute Beobachtungen an einem geeigneten Orte mit jeder nur wünschenswerthen Genauigkeit wiederhergestellt werden; ausserdem giebt die Rechnung die Mittel an die Hand, die für eine beliebige Breite berechnete Pendellänge auf diejenige des Normalpendels zurückzuführen.

In neuerer Zeit ist der Vorschlag gemacht worden, die Längeneinheit auf eine der Optik entnommene, von jeder Beziehung auf die Erde selbst unabhängige Länge zu basiren. Die nach unseren gewöhnlichen Vorstellungen minimale Wellenlänge irgend einer durch eine be-

stimmte Linie im Spectrum charakterisirten Lichtart ist gleichwohl der schärfsten Messung fähig. So beträgt z. B. die Wellenlänge des Natriumlichtes 5,895 Zehntausendtel eines Millimeters, und nach MICHELSON gehen auf ein Meter 1 553 164 Wellenlängen des rothen Cadmiumlichtes. Nach dem heutigen Stande der Wissenschaft sind also die Mittel zur Festsetzung einer wirklich absoluten, jederzeit und überall in seiner ursprünglichen Grösse wiederherzustellenden Längenmaasses gegeben, und das französische Meter kann nach Preisgabe seiner ursprünglichen Definition durch die Reduction auf eine solche Länge zu einem absoluten Maasse freilich in einem ganz anderen als dem von seinen Urhebern beabsichtigten Sinne nachträglich gestempelt werden. Mit diesen Ausführungen soll einer erneuten Reform des Längenmaasses keineswegs das Wort geredet, vielmehr nur der Begriff eines absoluten, d. h. eines von örtlichen und zeitlichen Zufälligkeiten unabhängigen Maasses deutlich hervorgehoben werden.

Kehren wir zum französischen Maasssystem, wie es durch die Beschlüsse vom 25. Juni 1800 festgesetzt wurde, zurück. Sein wesentlichster Vorzug ist unzweifelhaft darin zu erblicken, dass seine Eintheilung mit der Gliederung des allen Culturvölkern gemeinsamen dekadischen Zahlensystems in vollständige Uebereinstimmung gesetzt wurde. Nach dem Vorschlage des holländischen Professors VAN SWINDEN, der als Vertreter der batavischen Republik 1790 nach Paris gesandt worden war, um an den Berathungen über das metrische Maasssystem theilzunehmen, wurden für die Bezeichnung der absteigenden Zehntel die aus den lateinischen Zahlwörtern hergeleiteten Vorsilben deci-, centi-, milli-, für die der aufsteigenden Zehnfachen die entsprechenden griechischen Vorsilben deka-, hekto-, kilo- gewählt. Mit dem Längenmaass und seiner Eintheilung waren die entsprechenden Einheiten für Flächen- und Rauminhalt sammt ihren Eintheilungszahlen 100 bezw. 1000 gegeben. Als Hohlmaass wurde das Liter, d. h. das Volum eines Cubikdecimeters festgesetzt; für die Zwecke der Feldmessung wurde ein Quadratdekameter (100 □ m) als Ar, ein Quadrathektometer (100 Ar, 10 000 □ m) als Hektar bezeichnet.

Das Gewichtssystem wurde mit dem neuen Raummaasse derart in Verbindung gebracht, dass das Gewicht eines Cubikcentimeters destillirten Wassers von grösster Dichtigkeit (4 ° C.) unter der Bezeichnung »Gramm« als Einheit gewählt wurde. Diese einfache Beziehung zwischen Gewichts- und Maasssystem bildet neben der decimalen Eintheilung den

zweiten Vorzug, welcher dem französischen Maass und Gewicht allmählich die Herrschaft in fast allen europäischen und vielen aussereuropäischen Ländern errungen hat.

In den vereinigten Niederlanden wurde das französische System 1817 durch Königliches Dekret eingeführt; 1831 wurde in Baden, 1840 in der Schweiz, 1853 in Nassau der Fuss auf 30 Centimeter festgesetzt. Der deutsche Zollverein schloss sich 1839 mit den neuen Zollgewichten dem französischen System insoweit an, dass der Zollcentner in 100 Zollpfund getheilt, das Zollpfund auf 500 Gramm normirt wurde. Die zweite Conferenz der Mitglieder der »Europäischen Gradmessung« fasste 1867 in Berlin den Beschluss, für alle europäischen Länder das Meter als Längeneinheit einzuführen. Diesem Beschlusse sind seither alle europäischen Staaten beigetreten mit Ausnahme Englands, Hollands und Griechenlands.

Mechanische Kräfte werden durch Gewichte gemessen. Als Einheit der Kraft wählte man in der Wissenschaft wie in der Technik das Kilogrammgewicht, folglich als Einheit der Arbeit das Kilogrammmeter, d. h. diejenige Arbeit, die man leisten muss, um die Masse eines Kilogramms ein Meter hoch zu heben. Welches ist nun in diesem Maasssystem die Einheit der Masse?

Unter »Kraft« verstehen wir allgemein die Ursache, welche den Bewegungszustand einer Masse ändert, mag diese Aenderung in einer Zu- oder Abnahme der Geschwindigkeit oder in einem Wechsel der Richtung oder in beidem zugleich sich zeigen. Wo wir eine Masse in geradliniger Bahn mit constanter Geschwindigkeit sich bewegen sehen, da erfolgt diese Bewegung ohne Einwirkung äusserer Kräfte lediglich nach dem Gesetz der Trägheit. Dagegen wird die Wirkung einer constanten Kraft daran erkannt, dass die von ihr angegriffene Masse sich in gerader Linie mit gleichmässig zunehmender Geschwindigkeit bewegt; wir werden also diejenige Masse als Einheit betrachten müssen, deren Geschwindigkeit in jeder Sekunde unter dem Einfluss der Krafteinheit, des Kilogramms, um ein Meter zunimmt. Das Beispiel einer solchen Bewegung zeigt uns in verstärktem Maasse der freie Fall, bei welchem die dem Erdmittelpunkt zustrebende Masse durch ihr eigenes Gewicht bewegt wird. Bekanntlich fallen im luftleeren Raum alle Körper gleich schnell, und die Geschwindigkeit nimmt in unseren Breiten in jeder Sekunde um 9,81 m zu. Denken wir uns als fallenden Körper eine Masse vom Gewicht eines Kilogramms, so wird sie unter dem Einfluss

gerade dieses Gewichtes als beschleunigender Kraft am Ende der ersten Sekunde eine Geschwindigkeit von 9,81 m erlangt haben, und dieselbe Kraft, das Kilogrammgewicht, würde ausreichen, der 9,81 fachen Masse eine Geschwindigkeit von nur einem Meter zu ertheilen. Diese Masse, das 9,81 fache von der Masse des Kilogrammgewichts, ist demnach obiger Definition zufolge als die Masseneinheit zu betrachten. Bezeichnen wir die Maasszahl der in Metern gemessenen Beschleunigung, d. i. der Geschwindigkeitszunahme für jede einzelne Sekunde mit g, die Maasszahl des nach Kilogrammen gemessenen Gewichtes einer Masse mit p, die Masszahl der nach der eben definirten Einheit gemessenen Masse mit m, so gilt allgemein:

$$m = p : g; \quad p = mg; \quad g = p : m.$$

Die Maasszahlen für Masse und Gewicht stimmen also durchaus nicht überein, wie die Gewöhnung, die Grösse einer Masse nach ihrem Gewicht zu beurtheilen, vermuthen lassen möchte. In diesem älteren System sind jene Zahlen 9,81 mal so klein als diese; ein cdm destillirten Wassers von 4 ^{0} C. hat wohl das Gewicht von 1 kg, enthält aber nur den 9,81 ten Theil der Masseneinheit.

Die mechanischen Einheiten im absoluten Maasssystem.

Am 21. September 1881 fasste der behufs Vereinbarung internationaler Maasse für die Elektrotechnik in Paris versammelte Congress in erster Linie folgenden Beschluss:

»Man adoptirt für die elektrischen Maasse die Fundamentaleinheiten: Centimeter, **Grammmasse,** Sekunde«.

Die Zeiteinheit wird also durch diesen Beschluss nicht berührt; statt des Meters wird das Centimeter als Längeneinheit angenommen, wonach die Längenmaasszahlen gegen früher 100 mal so gross ausfallen; die Annahme der Grammmasse als Masseneinheit bedeutet dagegen eine grundsätzliche Aenderung des mechanischen Maasssystems. War früher die Gewichts- bezw. Krafteinheit als ursprüngliche Einheit definirt und die Masseneinheit daraus abgeleitet worden, so kehrte man jetzt das Verhältniss um: die Grammmasse, d. i. die Masse eines ccm destillirten Wassers von 4 ^{0} C., wurde als Grundmaass festgesetzt, und es fragt sich, wie hieraus die Krafteinheit abzuleiten ist. Vermöge einer gewissen Oberflächlichkeit hat man sich gewöhnt, mit den Ausdrücken »Gramm«, »Kilogramm« bald Gewichte bezw. Kräfte, bald Massen zu bezeichnen,

während die Physik eine gründliche Unterscheidung dieser durchaus verschiedenen Begriffe unbedingt fordert. Versuchen wir zunächst, diesen Unterschied deutlich zu machen durch eine Betrachtung, die gleichzeitig zeigen soll, warum das Grammgewicht als ein absolutes, vom Beobachtungsorte unabhängiges Kraftmaass nicht gelten kann.

Würde unser Körper, wie er ist, von der Erde auf den Mond versetzt, so würde er zwar seine Masse beibehalten, aber nur etwa den sechsten Theil seines Gewichts. Mit der gleichen Kraft der inneren und äusseren Organe ausgestattet wie seither, würden wir federleicht einhergehen, die höchsten Berge mit der grössten Leichtigkeit ersteigen. Umgekehrt würden wir wie angewurzelt stehen, wenn wir plötzlich auf die Sonne versetzt würden: die Anziehung der Sonnenmasse würde das Gewicht unseres Körpers auf das Siebenundzwanzigfache steigern, und bei jedem Schritt würden wir Centnerlasten zu heben haben. Aehnliche Unterschiede zeigen sich, freilich innerhalb weit engerer Grenzen, auch an verschiedenen Punkten der Erdoberfläche; eine und dieselbe Masse hat an verschiedenen Orten ein verschiedenes Gewicht, das kleinste am Aequator, das grösste am Pol. Durch die Schwungkraft wie die grössere Entfernung vom Erdmittelpunkt erleidet das Gewicht, der Zug nach dem Erdmittelpunkt, am Aequator die stärkste Einbusse; mit zunehmender Breite nimmt diese Einbusse stetig ab, und am Pol ist sie gleich Null. Mit der Wage ist diese Veränderung nicht nachzuweisen, da die Gewichte selbst von Ort zu Ort den gleichen Veränderungen unterliegen wie die zu wiegenden Massen; sie macht sich aber kenntlich durch die vom Aequator nach dem Pol hin zunehmende Fallbeschleunigung g, die aus der Länge l des Sekundenpendels nach der Formel

$$g = \pi^2 . l$$

leicht gefunden werden kann. Nach diesen Beobachtungen bezw. Rechnungen ergiebt sich für den Aequator g = 978 cm, für unsere Breite g = 981 cm, für den Pol lässt sich, da das Gesetz der Abhängigkeit dieses Werthes von der Breite bekannt ist, g = 983 cm berechnen. Hieraus folgt, dass das Gewicht der Grammmasse nur auf einem und demselben Parallelkreis eine Aenderung nicht erleidet, dagegen in der Richtung vom Aequator zum Pol im Verhältniss der Zahlen 978 .... 981 .... 983 stetig zunimmt. Wo es sich also um scharfe Messungen von Kräften handelt, kann das von Ort zu Ort veränderliche Grammgewicht als ein absolutes Maass nicht gelten. Nun folgt aus dem oben mitgetheilten Pariser Beschluss, dass als Krafteinheit diejenige Kraft angenommen

werden muss, welche der Grammmasse während einer Sekunde eine Beschleunigung von einem Centimeter ertheilt. Man hat (nach CLAUSIUS) dieser Krafteinheit den Namen »Dyn« gegeben vom griechischen δύναμις, die Kraft.*) Die im luftleeren Raum frei fallende, also nur durch ihr Gewicht bewegte Grammmasse erlangt in unserer Breite während der ersten Sekunde eine Endgeschwindigkeit von 981 cm; der 981 te Theil des Grammgewichtes würde also genügen, um der freifallenden Grammmasse während der ersten Sekunde eine Geschwindigkeit von 1 cm zu ertheilen, und dieser 981 te Theil vom Grammgewicht unserer Breite ist die eben definirte absolute Krafteinheit, das Dyn. Das mit der Breite veränderliche Grammgewicht zählt am Aequator nur 978, bei uns 981, am Pol 983 Dyn; das Dyn selbst ist ein von der Lage des Beobachtungsortes unabhängiges, also ein absolutes Maass der Kraft. Die Krafteinheit des älteren Maasssystems, das Kilogramm, zählt hiernach bei uns 1000 . 981 Dyn. Das auf den Grundmaassen Centimeter, Grammmasse, Sekunde beruhende Maasssystem soll fortan kurz als das CGS-System bezeichnet werden.

Wenn eine Masse von 7 kg Gewicht 5 m hoch gehoben wird, so wird eine 35 mal so grosse Arbeit geleistet, als wenn man 1 kg 1 m hoch hebt; allgemein wird die Grösse einer Arbeit gemessen durch das Produkt aus der überwundenen Kraft und der Länge des Weges, um den ihr Angriffspunkt zurückgeschoben wird. Nach den Festsetzungen für das absolute CGS-System wird demnach die Einheit der Arbeit geleistet, wenn der Angriffspunkt eines Dyn um ein Centimeter zurückgeschoben wird. Man kann daher die Arbeitseinheit mit Rücksicht auf diesen Zusammenhang ein Dyncentimeter nennen, der Kürze halber hat man (nach CLAUSIUS) für diese Einheit den Ausdruck »Erg« — vom griechischen ἔργον, das Werk, die Arbeit — eingeführt. Die Arbeitseinheit des älteren Systems, das Kilogrammmeter, ergiebt sich hiernach zu 1000 . 981 . 100 Dyncentimeter oder $981 \cdot 10^5$ Erg.

Unter Effekt oder Leistung versteht man die in einer Sekunde geleistete Arbeit; ihre Einheit ist im absoluten CGS-System das «Sekundenerg«. Die Grosstechnik misst den Effekt nach Pferdekräften (HP = Horse Power) und rechnet die Pferdekraft selbst zu 75 kgm pro Sekunde. Hiernach ergiebt sich die Pferdekraft zu $75 \cdot 10^5 \cdot 981$

*) Der Sprachgebrauch schwankt zwischen „die Dyne“ und „das Dyn“; ich gebe aus naheliegendem Grunde der neutralen Form den Vorzug.

oder rund 736 . 10^7 Erg pro Sekunde. Wie sich später ergeben wird, hat man in der Elektrotechnik das Zehnmillionfache eines Sekundenerg unter der Bezeichnung »Watt« als praktische Einheit für den Stromeffekt festgesetzt. Zwischen Pferdekraft und Watt ergiebt sich demnach die Beziehung

$$1\,\mathrm{HP} = 736\,\mathrm{W}.$$

Das mechanische Wärmeäquivalent ist bereits von dem Entdecker des Prinzips von der Erhaltung der Kraft ROBERT MAYER (1842) in der Theorie vollkommen richtig aus dem Ausdehnungscoëfficienten und den beiden specifischen Wärmen der Luft bei constantem Druck und bei constantem Volumen berechnet worden; das Resultat war freilich wie die eingesetzten Data ungenau. Nach den von JOULE in Manchester während der zweiten Hälfte der vierziger Jahre angestellten sorgfältigen Versuchen ist eine Calorie, d. i. die Wärmemenge, welche erforderlich ist, um 1 kg Wasser von 0^0 C. auf 1^0 C. zu erwärmen, einer Arbeit von 425 kgm äquivalent; in neuester Zeit hat GRIFFITHS eine etwas höhere Zahl, nämlich 427,88 kgm gefunden. Es ist nun leicht, dieses Aequivalenzverhältniss zwischen Wärme und Arbeit in den Einheiten des CGS-Systems auszudrücken. Als Wärmeeinheit gilt hier die kleine, d. i. die Grammcalorie, als Arbeitseinheit, wie wir gesehen haben, das Erg. Zunächst ist die Grammcalorie (nach GRIFFITHS) einer Arbeit von 427,88 Grammmetern oder 42788 Grammcentimetern oder endlich 42788 . 981, rund 42 . 10^6 Erg äquivalent; umgekehrt sind auf jedes Erg rund 0,24 Zehnmilliontel (0,24 . 10^{-7}) einer Grammcalorie zu rechnen.

Die magnetischen Grössen in absolutem Maasse.

Die Lehre vom Magnetismus ist von praktischer wie wissenschaftlicher Bedeutung erst dadurch geworden, dass man die magnetischen Eigenschaften der Erde kennen lernte. Schon die Unterscheidung der Pole setzt die Kenntniss der Directionskraft voraus, welche eine Magnetnadel durch den Magnetismus der Erde erfährt; das Grundgesetz, nach welchem gleichnamige Pole sich abstossen, ungleichnamige sich anziehen, enthält gleichfalls eine latente Beziehung der Pole auf den Erdmagnetismus.

Drei Elemente sind es, welche die wissenschaftliche Forschung bezüglich des Erdmagnetismus ins Auge zu fassen hat: die Declination oder Abweichung, die Inclination oder Neigung der Nadel, die Intensität oder Stärke des erdmagnetischen Feldes.

Am frühesten wurde die Declination bekannt. Schon mehrere Jahrhunderte vor dem Beginn unserer Zeitrechnung bedienten sich die Chinesen auf Land- und Seereisen des Compasses. Aber sie wussten auch, dass die an einem Faden aufgehängte Magnetnadel nicht genau nach Norden zeigt, und verstanden es, diese Abweichung der Nadel vom geographischen Meridian, die Declination, zu messen. Um 1200 n. Chr. gelangte die Kenntniss des Compasses aus dem Orient zu den seefahrenden Nationen des westlichen Mittelmeeres; COLUMBUS bestimmte schon 1492 die geographische Lage einer Linie ohne Abweichung, er erkannte sogar die Möglichkeit, aus der beobachteten Declination einen Schluss auf die geographische Länge des Beobachtungsortes zu ziehen.

Von GEORG HARTMANN in Nürnberg wurde 1543 zum ersten Male die Beobachtung gemacht, dass sich das Nordende der Nadel unter den Horizont neige. Seine Beobachtung war freilich eine sehr unvollkommene; er beobachtete nur eine Neigung von 9^0, während sie in Wirklichkeit 70^0 betrug. Gemessen wurde die Inclination zum ersten Male 1576 in London durch ROBERT NORMANN vermittelst eines verticalen, in den magnetischen Meridian gestellten Kreises, in dessen Ebene die Magnetnadel um eine horizontale Axe drehbar war. Der Erste, der auch das dritte Element, die Intensität, genauer verfolgte, war ALEXANDER v. HUMBOLDT.

Wird die Declinationsnadel aus dem magnetischen Meridian abgelenkt und dann sich selbst überlassen, so führt sie um ihre Gleichgewichtslage Schwingungen aus, und zwar wesentlich in derselben Weise wie ein aus seiner Ruhelage abgelenktes Pendel. Die Schwingungen erfolgen um so rascher, je stärker die Kraft ist, welche die Nadel in den magnetischen Meridian zurückzieht. Doppelt soviel Schwingungen während einer bestimmten Zeit, z. B. einer Minute, deuten auf die vierfache, dreimal soviel auf die neunfache Kraft; diese Kraft ist also dem Quadrate der Schwingungszahl proportional. Zeigt nun ein und dieselbe Nadel an verschiedenen Punkten der Erdoberfläche verschiedene Schwingungszahlen, so wird man unter sonst gleichen Umständen den Schluss ziehen dürfen, dass die horizontalen Intensitäten des Erdmagnetismus verschieden sind und in demselben Verhältniss stehen wie die Quadrate der Schwingungszahlen.

Auf dieser Grundlage beruhen die von ALEXANDER v. HUMBOLDT auf seiner Reise nach den Tropenländern (1798—1804) ausgeführten Beobachtungen. Er bildete sich selbst eine Art von Maass,

indem er diejenige Intensität als Einheit annahm, welche sich ihm an einem Punkte der Peruanischen Alpen unter 7° 2′ südlicher Breite und 81° 8′ westlicher Länge in den dort gezählten Schwingungen der Nadel darstellte. In dieser willkürlich gewählten, mit 1,000 bezeichneten Einheit ergaben sich z. B. die 1827 in Paris und London gemessenen Horizontalintensitäten des Erdmagnetismus gleich 1,348 bezw. 1,372. So schätzenswerth diese der wissenschaftlichen Forschung durch HUMBOLDT gegebene erste Anregung auch erscheinen mag, so konnte seine Methode doch zu bestimmten Ergebnissen deshalb nicht führen, weil sich gar nicht beurtheilen liess, wieviel von den beobachteten Aenderungen auf Rechnung des möglicherweise veränderten magnetischen Zustandes der Nadel zu schreiben war. Durch Erschütterungen und Temperaturänderungen wird der Magnetismus einer Nadel nicht unwesentlich beeinflusst; wenn man also auch mit einer und derselben Nadel heute in Paris und morgen in London beobachtet, so ist man doch nicht sicher, dass man hier wie dort mit demselben magnetischen Maasse misst. Das Verdienst, die Intensität des Erdmagnetismus wie überhaupt der magnetischen Grössen auf ganz bestimmte, für sich feststehende, jederzeit und überall mit grösster Schärfe wieder nachzuweisende und von der Individualität der angewandten Nadel ganz unabhängige Einheiten zurückgeführt zu haben, gebührt keinem Geringeren denn CARL FRIEDRICH GAUSS. Seine am 15. December 1832 der Königlichen Societät zu Göttingen vorgetragene Abhandlung

Intensitas vis magneticae terrestris ad mensuram absolutam revocata

ist als die feste mathematische Grundlage für die Theorie des Magnetismus zu betrachten. Für alle Zeiten wird sie als ein classisches Muster exact-wissenschaftlicher Forschung gelten und Zeugniss davon ablegen, was mathematische Gründlichkeit in Verbindung mit scharfsinniger Beobachtung zu leisten vermag. Hier interessirt uns jene berühmte Abhandlung um so mehr, als sie bereits die Möglichkeit andeutet, auf gleicher Grundlage ein absolutes Maasssystem für die elektrischen Grössen zu entwickeln.

Als Längeneinheit wählte GAUSS das Millimeter, als Zeiteinheit die Sekunde, als dritte ursprüngliche Einheit das Milligramm, und zwar seine Masse, nicht sein Gewicht. Noch deutlicher wie in der *Intensitas* hat er sich in der 1836 erschienenen Abhandlung *„Erdmagnetismus und Magnetometer“* über die Gründe dieser Festsetzung ausgesprochen. Hier heisst es nämlich: »Man hat gesehen, dass die

den Abmessungen untergelegten Einheiten nur in einer Gewichtseinheit bestanden. Man muss aber nicht übersehen, dass eine Gewichtsgrösse, z. B. ein Gramm, hier nicht das Quantum ponderabler Masse bedeutete, welches diesen Namen führt, und welches überall dasselbe ist, sondern den Druck, welchen dieses Quantum Materie unter dem Einfluss der Schwerkraft an dem Beobachtungsorte ausübt. Diese Schwerkraft ist aber bekanntlich an verschiedenen Orten nicht ganz gleich, und wenn wir daher den Druck eines Gramms als Gewichtseinheit wählen, so würde nach aller Strenge die Intensität des Erdmagnetismus an verschiedenen Orten nicht mit gleichem Maasse gemessen werden. Bei der grossen Schärfe, deren die Messungen gegenwärtig fähig sind, ist es billig, diesen Unterschied nicht zu vernachlässigen. Am natürlichsten ist es, ihn dadurch zu berücksichtigen, dass man die Schwerkraft selbst auf ein absolutes Maass zurückführt, indem man als ihr Maass die doppelte Fallhöhe in der gewählten Zeiteinheit, z. B. in der Sekunde, annimmt und den Druck durch das Produkt der Masse in die Zahl, die die Schwerkraft misst, ausdrückt. Man übersieht leicht, dass auf diese Weise andere Zahlen sowohl für die Kraft der angewandten Magnetnadel als für die erdmagnetische Kraft hervorgehen, deren Grundlagen anstatt der vorigen zwei Einheiten jetzt drei sein werden, eine Entfernungseinheit, eine Zeiteinheit und eine Masseneinheit.«

Wir haben diese ganze Stelle wörtlich hierhergesetzt, um unsere obige Ausführung über den Begriff des Dyn in ein helleres Licht zu setzen.

GAUSS fand die Länge des Sekundenpendels zu Göttingen = 994,126 mm und berechnete hieraus die Fallbeschleunigung oder, was dasselbe ist, die doppelte Fallhöhe der ersten Sekunde g = 9811,63 mm. Demnach beträgt seine Krafteinheit den 9811,63 ten Theil vom Göttinger Milligrammgewicht oder den 10 000 ten Theil unseres heutigen Dyn.

Dem COULOMB'schen Gesetze zufolge ist die Kraft (f), mit welcher zwei Magnetpole (p und p_1) sich anziehen oder abstossen, dem Produkt der Polstärken direkt, dem Quadrat ihrer Entfernung (r) umgekehrt proportional, also darstellbar durch die Formel

$$f = \frac{p\, p_1}{r^2}.$$

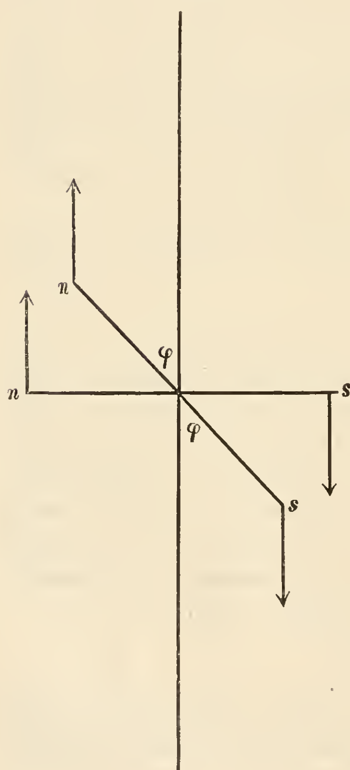
Die Einheit der Polstärke kommt daher nach GAUSS demjenigen Pole zu, der einen gleichstarken, ein Millimeter von ihm abstehenden Pol mit der soeben definirten Krafteinheit abstösst. Die Einheit der Pol-

stärke im CGS-System ist tausendmal so gross denn diejenige nach GAUSS.

Den Wirkungsbereich eines Magneten nennt man das magnetische Feld. Bedeckt man einen kräftigen Magneten mit einem Cartonblatt und streut Eisenfeile darauf, so ordnen sich nach einer leisen Erschütterung des Blattes die Eisentheilchen in ganz bestimmte Curven. Häufung und Verlauf dieser Linien bringen an jeder Stelle die Stärke des Feldes und die Richtung der magnetischen Kraft deutlich zur Anschauung, weshalb jene Linien nach FARADAY den Namen Kraftlinien führen. Die Kraftlinien des erdmagnetischen Feldes hat man sich wegen der im Vergleich zu den Dimensionen eines künstlichen Magneten sehr grossen Entfernung der Pole vom Beobachtungsorte als parallele Geraden in gleichen Abständen und von der Richtung der Inclinationsnadel zu denken. Im Folgenden wird nicht die in dieser Richtung wirksame volle Intensität des erdmagnetischen Feldes, sondern ihre in den magnetischen Meridian fallende horizontale Componente in Betracht gezogen werden. Bezeichnet man jene volle Intensität mit J, diese Componente mit T (»terrestris«), den Inclinationswinkel mit i, so ist

$$T = J \cdot \cos i.$$

Fig. 1.



Wir denken uns (Fig. 1) einen linearen Magneten n s in einer gegen den magnetischen Meridian senkrechten Lage und um eine durch seinen Mittelpunkt O gehende verticale Axe drehbar. Die Kraft f, mit welcher der Nordpol nach Norden, der Südpol nach Süden gezogen wird, ist einerseits der Polstärke p des Magneten, andererseits der Horizontalintensität T des Erdmagnetismus proportional, also darstellbar durch die Formel

$$f = p \cdot T.$$

Bezeichnen wir nun die Axenlänge n s mit 2 l, so ist das statische Moment der in n angreifenden rechtsdrehenden Kraft gleich dem Produkt aus Kraft und Hebelarm, also $= l f$ oder $l p T$; ebenso gross ist das statische Moment der in s angreifenden, gleichfalls rechtsdrehenden Kraft, und das gesammte Drehungsmoment D, welches die Nadel aus der senkrechten Lage in den Meridian zurückzudrehen strebt, ist

$$D = 2 l f \text{ oder } D = 2 l \cdot p \cdot T.$$

Das Produkt aus der Polstärke p und der Axenlänge 2 l wird magnetisches Moment (M) oder auch Stabmagnetismus genannt, so dass man kürzer erhält

$$D = M \cdot T.$$

Bildet die Nadel mit dem magnetischen Meridian nur noch den Winkel φ, so ist das Drehungsmoment D_φ in dieser Stellung gleich $M T \cdot \sin \varphi$, fällt ihre Axe in den Meridian, so ist das Drehungsmoment gleich Null; jenen für die senkrechte Stellung giltigen Maximalwerth $D = M T$ nennt GAUSS das reducirte Drehungsmoment.

Man beachte, dass nach diesen für die magnetischen Grössen gegebenen Definitionen die Polstärke noch keine mechanische Kraft vorstellt, dass eine solche erst aus der Einwirkung eines zweiten, in einer bestimmten Entfernung befindlichen Pols oder aus derjenigen eines magnetischen Feldes entspringt, dass ferner das magnetische Moment noch kein Drehungsmoment im mechanischen Sinne ist, sondern erst durch die Einwirkung eines magnetischen Feldes zu einem solchen wird. Hierin liegt denn auch der Grund, warum die Kraft $(f = p T)$ als das Produkt aus der Polstärke und der Intensität, das reducirte Drehungsmoment $(D = M T)$ als das Produkt aus dem magnetischen Moment des Stabes und der Intensität des magnetischen Feldes sich darstellt. Diese Produkte können demnach als rein mechanische Grössen durch die entsprechenden absoluten Maasse ausgedrückt werden; die weitere Aufgabe ist die, nicht nur jene Produkte selbst, sondern auch den Antheil zu bestimmen, der jedem einzelnen ihrer Faktoren zukommt.

Zu diesem Zwecke veranstaltete GAUSS eine zweifache Reihe von Versuchen, Schwingungsversuche und Ablenkungsversuche: bei den Schwingungen eines magnetischen Stabes im erdmagnetischen Felde wird sein Magnetismus durch die Intensität des Feldes unterstützt, diese Versuche liefern also das Produkt jener beiden Faktoren; bei der Ablenkung irgend eines zweiten Stabes durch jenen ersten wirkt der Magnetismus des Stabes der Intensität des Erdmagnetismus entgegen,

diese Versuche liefern daher das Verhältniss der Faktoren. Aus der Verbindung des Produktes mit dem Verhältniss ergiebt sich sodann jeder einzelne Faktor für sich, Stabmagnetismus und Intensität des Erdmagnetismus werden selbständig bestimmt und auf absolutes Maass zurückgeführt.

Die Schwingungsversuche.

Die Schwingungen eines horizontal aufgehängten magnetischen Stabes erfolgen unter Voraussetzung unendlich kleiner Amplituden — und auf diesen Grenzfall lassen sich endliche Schwingungen leicht reduciren — nach der Formel

$$t = \pi \cdot \sqrt{\frac{K}{MT}},$$

wobei t die Schwingungsdauer, K das Trägheitsmoment, d. i. die auf die Entfernung Eins von der Drehungsaxe reducirte Masse des Magnetstabs bedeutet. Umgekehrt folgt

$$MT = \frac{\pi^2 K}{t^2},$$

und das Drehungsmoment MT lässt sich mit jeder nur wünschenswerthen Genauigkeit in absolutem Maasse berechnen, wenn es gelingt, durch geeignete Versuche sowohl das Trägheitsmoment wie auch die Schwingungsdauer des Stabes mit gehöriger Schärfe zu bestimmen. Durch die besondere Einrichtung, welche GAUSS seinen Versuchen gab, wurden beide Zwecke in vollkommenstem Maasse erreicht.

Hat der schwingende Stab bei homogener Beschaffenheit eine einfache geometrische, z. B. eine prismatische Gestalt, so bildet die Berechnung des Trägheitsmomentes eine unschwer zu lösende mathematische Aufgabe; in jedem Falle lässt es sich durch einen von GAUSS angegebenen einfachen Versuch ermitteln, auf den wir hier nicht näher eingehen wollen. Für den am 11. und 18. September 1832 zu den magnetischen Beobachtungen benutzten, fast ein Pfund schweren Stab ergab sich

$$K = 4\,228\,732\,400 \text{ Milligramm-Quadratmillimetern.}$$

Im heutigen CGS-System würde sich ergeben haben

$$K = 42\,287{,}324 \text{ Gramm-Quadratcentimetern.}$$

Die grösste Sorgfalt wurde angewandt, um auch die geringste Aenderung in der Stellung des Magnetstabes kenntlich zu machen und seine Schwingungsdauer auf das Schärfste zu bestimmen. Zu diesem Zwecke

wurde die Stellung des Magnetstabes nicht direct, sondern indirect vermittelst Spiegel, Scala und Fernrohr beobachtet. Diese Art der Beobachtung wie überhaupt die dem »Magnetometer« von GAUSS gegebene Einrichtung ist für physikalische Präcisionsversuche von so hervorragender Bedeutung geworden, dass wir nicht unterlassen wollen, die Beschreibung hier folgen zu lassen, welche GAUSS in den »Göttingischen gelehrten Anzeigen« vom 24. December 1832 selbst gegeben hat. Hier heisst es:

»Die von dem Verfasser gewöhnlich gebrauchten Nadeln (wenn man prismatische Stäbe von solcher Stärke noch Nadeln nennen darf) sind fast einen Fuss lang und haben ein Gewicht von beinahe einem Pfund. Die Aufhängung geschieht an einem $2^1/_2$ Fuss langen ungedrehten Seidenfaden, der, aus 32 einfachen zusammengesetzt, selbst das doppelte Gewicht noch sicher trägt; das obere Ende des Fadens ist drehbar, und die Drehung wird an einem eingetheilten Kreise gemessen. Die Nadel trägt an ihrem südlichen oder nördlichen Ende (je nachdem die Localität das eine oder das andere bequemer macht) einen Planspiegel, dessen Ebene gegen die magnetische Axe der Nadel durch zwei Correctionsschrauben, so genau wie man will, senkrecht gestellt werden kann, obwohl unnöthig ist darauf eine ängstliche Sorgfalt zu verwenden, da man, was daran fehlt, durch die Beobachtungen selbst auf das Schärfste messen und als Collimationsfehler in Rechnung bringen kann. Die so freischwebende Nadel findet sich in einem hölzernen cylindrischen Kasten, welcher ausser der kleinen Oeffnung im Deckel, durch welche der Faden geht, noch eine grössere an der Seite hat, welche nur wenig höher und breiter ist als der erwähnte Spiegel. — Dem Spiegel gegenüber ist ein Theodolit aufgestellt; die verticale Axe desselben und der Aufhängungsfaden sind in demselben magnetischen Meridian und etwa 16 Pariser Fuss von einander entfernt. Die optische Axe des Fernrohrs am Theodolit ist etwas höher als die Nadel und in der Verticalebene des magnetischen Meridians so abwärts geneigt, dass sie gegen die Mitte des Spiegels an der Nadel gerichtet ist.

An dem Stativ des Theodoliten ist eine 4 Fuss lange in einzelne Millimeter getheilte horizontale Skala befestigt, die mit dem magnetischen Meridian einen Winkel macht; derjenige Punkt der Skala, welcher mit der optischen Axe des Fernrohrs in einer Verticalebene liegt und der Kürze wegen der Nullpunkt heissen mag, wird durch einen von der Mitte des Objektivs herabhängenden, mit einem Gewicht beschwerten

feinen Goldfaden bezeichnet; die Skala ist in einer solchen Höhe, dass das Bild eines Theils derselben im Spiegel durch das Fernrohr erscheint, dessen Ocular zum deutlichen Sehen auf die Entfernung dieses Bildes gestellt ist.«

Die ausserordentlich feine Empfindlichkeit dieses Apparates leuchtet ohne Weiteres ein. Macht der Stab nur die geringste Drehung, so erscheint statt des Mittelpunktes das Spiegelbild eines anderen Theilstrichs der Skala auf der optischen Axe des Fernrohrs. So lange, wie bei diesen Versuchen immer der Fall war, nur kleine Ausschlagswinkel in Betracht kommen, werden sich die Bewegungen der nur einen Fuss langen Nadel durch ihre verlängerte Axe mit zweiunddreissigfacher Vergrösserung auf die ihrem Mittelpunkt in einer Entfernung von 16 Fuss gegenüberstehende Skala projiciren. Nach dem Spiegelgesetze dreht sich der reflectirte Strahl um das Doppelte desjenigen Winkels, um welchen der Spiegel selbst sich dreht. Zeigt demnach die verlängerte Axe des Magneten auf den Theilstrich n, so erblickt man im Spiegel den Theilstrich 2 n, im Spiegelbilde der Skala stellen sich also die (kleinen) Bewegungen der Nadel in 64 facher Vergrösserung dar. Bei den von GAUSS bei seinen Versuchen gewählten Dimensionen entsprach dem linearen Fortschritt des Bildes um einen Theil der Skala eine Drehung des Spiegels und damit des Magneten von nahezu 22 Winkelsekunden; ein solches Intervall konnte durch ein »nur etwas geübtes Auge« noch leicht in zehn Theile getheilt, die Drehung des Magneten also bis auf das Doppelte einer Winkelsekunde genau bestimmt werden.

Ganz besonderen Werth legte GAUSS auf die Anwendung schwerer Magnete. Kleinere Nadeln, wie man sie früher angewandt hatte, zeigten eine sehr rasche Abnahme der Schwingungen; die grösseren, welche GAUSS anwandte, setzten ihre weit langsameren Schwingungen viele Stunden lang fort. Wenn die Beobachtung auch mit so kleinen Schwingungen begann, dass die Reduction auf unendlich kleine Amplituden fast unmerklich wurde, so waren sie doch nach 6 und mehr Stunden immer noch gross genug, um ihren Antritt mit aller nöthigen Schärfe beobachten zu können. Ja, wenn die Schwingungsdauer durch die ersten Beobachtungen einmal annähernd festgestellt war, so konnte man den Apparat Stunden lang sich selbst überlassen, ohne bei der Rückkehr über die Zahl der inzwischen erfolgten Schwingungen im Geringsten zweifelhaft zu sein. Anfangs bediente er sich des oben erwähnten, nahezu ein Pfund schweren und an 32 Coconfäden aufgehängten

Stabes; später wurde für das Magnetometer des magnetischen Observatoriums ein Stab von 4, für dasjenige der Sternwarte sogar ein solcher von 25 Pfund gewählt. Freilich darf bei den Schwingungen so schwerer Magnete die Torsion der in gehöriger Stärke zu wählenden Aufhängefaden nicht ausser Acht gelassen werden; allein es bietet keine Schwierigkeit, dieselbe mit in Rechnung zu stellen. Durch alle diese Vorkehrungen wurde für die magnetischen Beobachtungen eine Schärfe erzielt, die der der feinsten astronomischen Beobachtungen nicht nachsteht. »Man bestimmt«, sagt GAUSS bei einer späteren Gelegenheit, »die Richtung des Erdmagnetismus auf eine oder ein paar Bogensekunden genau; man beobachtet Anfang und Ende einer Schwingung auf einige Hunderttheile einer Zeitsekunde sicher, also schärfer als den Austritt der Sterne an den Fäden eines Passage-Instruments«.

Die Schwingungsdauer des mehrfach erwähnten, nahezu ein Pfund schweren Stabes ergab sich am 18. September 1832 zu 15,2353 Sekunden. Aus diesem Werth für t in Verbindung mit dem bereits oben (S. 52) für das Trägheitsmoment K des Stabes angegebenen Werthe (4 228 732 400 Milligramm-Quadratcentimeter) folgt aus der Formel

$$MT = \frac{\pi^2 K}{t^2}$$

für das Dehnungsmoment MT, welches der betreffende Stab im erdmagnetischen Felde zu Göttingen am 18 Septemper 1832 erfuhr, der Werth

$$MT = 179\,770\,060$$

in absoluten Einheiten des GAUSS'schen Millimeter-Milligrammsystems. In den Einheiten des CGS-Systems beziffert sich derselbe Werth auf 1797,7 Dyncentimeter.

Die Ablenkungsversuche.

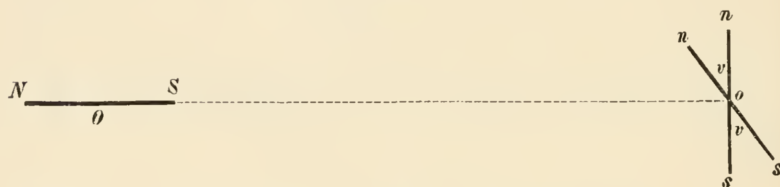
Nachdem durch die Schwingungsversuche das Produkt aus dem magnetischen Moment des Stabes und der Horizontalintensität T der Erdmagnetismus in absolutem Maasse ermittelt ist, bleibt nur noch die Frage zu beantworten, ein wie grosser Antheil von dem Gesammtwerth des Produktes MT jedem einzelnen seiner Faktoren für sich zukommt. Zu diesem Zwecke müssen die Schwingungsversuche durch eine neue Art von Versuchen ergänzt werden, bei welchen jene beiden Faktoren sich nicht gegenseitig unterstützen, sondern einander entgegenwirken. Dies wird erreicht, wenn irgend ein zweiter Magnet an Stelle jenes

ersten in das Magnetometer gebracht und sodann durch Annäherung dieses selben Magneten aus dem magnetischen Meridian abgelenkt wird.

Bezüglich der auf allgemeinster Grundlage durchgeführten mathematischen Entwickelung müssen wir mathematisch gebildete Leser auf die GAUSS'sche Abhandlung selbst verweisen. Hier sollen nur die beiden Hauptfälle, für welche sich Rechnung und Beobachtung besonders einfach und bequem gestalten, kurz dargelegt werden. In beiden Fällen liegt die Axe des ablenkenden Stabes senkrecht zum magnetischen Meridian: im ersten Falle geht ihre Verlängerung durch den Mittelpunkt des abzulenkenden Stabes, im zweiten Falle wird sie selbst von der verlängerten Axe des abzulenkenden Stabes in der Mitte getroffen; im ersten Falle liegt also der ablenkende Stab westlich oder östlich, im zweiten liegt er südlich oder nördlich von dem abzulenkenden Stabe.

Erste Hauptlage. NS sei (Fig 2) der ablenkende, ns der abzulenkende Stab, den wir uns vorläufig durch eine Arretirung im

Fig. 2.



magnetischen Meridian festgehalten denken. Die Einwirkung des näheren Südpols S wird die des entfernteren Nordpols N überwiegen, demnach wird der Pol n nach Westen gezogen, der Pol s nach Osten abgestossen werden. Denken wir uns nun die Arretirung gelöst, so wird der Magnet ns eine linksläufige Drehung machen; er würde sich genau westöstlich stellen, wenn er der Einwirkung des Erdmagnetismus entzogen wäre. Allein je mehr er sich aus dem magnetischen Meridian entfernt, um so stärker wird er durch den Erdmagnetismus zurückgezogen; er wird daher in einer neuen Gleichgewichtslage zur Ruhe kommen, welche mit dem Meridian einen bestimmten Winkel v bildet und in welcher das linksdrehende dem rechtsdrehenden Moment absolut genommen gleich ist. Wählt man die Entfernung R der beiden Mittelpunkte O und o verhältnissmässig gross, mindestens fünf- bis sechsmal so gross als die

Längen der Nadeln, so ergibt sich für das linksdrehende Moment der Werth

$$D = \frac{2\,Mm}{R^3} . \cos v,$$

für das rechtsdrehende der Werth

$$D' = mT . \sin v,$$

wenn wir mit m das magnetische Moment des abgelenkten, mit M — wie früher — das des ablenkenden Stabes und mit T die Horizontalintensität des Erdmagnetismus bezeichnen. Für die Gleichgewichtslage erhalten wir also die Gleichung

$$\frac{2\,Mm}{R^3} \cdot \cos v = mT . \sin v$$

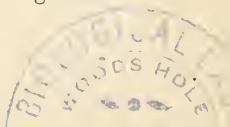
und hieraus nach Wegfall des beiden Seiten der Gleichung gemeinsamen Faktors m

$$\frac{M}{T} = \frac{1}{2} R^3 . \tang v.$$

Beachten wir, dass für die beschränkte Dauer des Versuchs M und T als constante Grössen zu betrachten sind, so folgt, dass auch das Produkt $R^3 . \tang v$ einen constanten Werth ergeben muss, wie sehr man auch R über die oben angedeuteten Grenzen hinauswachsen und damit zugleich v abnehmen lässt. Absolut constant ist streng genommen nur der Grenzwerth, dem sich das Produkt $R^3 . \tang v$ bei stetig wachsendem R mehr und mehr nähert und den es nur für ein unendlich grosses R thatsächlich erreichen würde. Sobald R mindestens fünf- bis sechsmal so gross ist wie die Axenlänge der Nadeln, fällt die Abweichung von jenem Grenzwerth in den Bereich der unvermeidlichen Beobachtungsfehler. Ist man genöthigt, mit der Entfernung R etwa bis zur vierfachen Nadellänge herabzugehen, so empfiehlt es sich, die Ergebnisse zweier Fälle mit den Werthpaaren R, v bezw. R', v' zu combiniren; alsdann ergiebt die etwas weitergehende Formel

$$\frac{M}{T} = \frac{1}{2} \cdot \frac{R^5 . \tang v - R'^5 . \tang v'}{R^2 - R'^2}$$

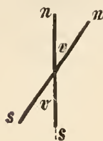
für das Verhältniss $\frac{M}{T}$ ein hinreichend genaues Resultat. Mit einem und demselben Werth von R lassen sich übrigens vier Beobachtungen für v machen, indem man die Lage der Pole N, S durch eine Drehung um 180° mit einander vertauscht, sodann den Stab N S in die gleiche



Entfernung auf der entgegengesetzten Seite bringt und auch hier die Lage der Pole vertauscht; aus den vier für v beobachteten Werthen ist dann das Mittel zu nehmen.

Zweite Hauptlage. Bringt man (Fig. 3) den Mittelpunkt O des ablenkenden Stabes N S in die Verlängerung der Axe n s, so wird auch in dieser Lage der festliegende Magnet N S auf die drehbare Nadel n s ein Drehungsmoment ausüben und sie in die zu N S parallele Lage zu drehen suchen, während der Erdmagnetismus die Nadel n s in den magnetischen Meridian zurückzieht. Die Beobachtung ergiebt, dass jenes Drehungsmoment unter sonst gleichen Umständen nur halb so gross ist wie in der ersten Hauptlage, und das gleiche Verhältniss zeigt sich bezüglich der hier stets sehr kleinen Ablenkungswinkel selbst. Die mathematische Entwickelung zeigt ferner, dass diese Thatsache nur mit der Voraussetzung verträglich ist, dass die dynamische Wirkung zweier Magnetpole auf einander dem Quadrat ihrer Entfernung umgekehrt proportional ist. Nebenher wird also durch die Versuche in beiden Hauptlagen das COULOMB-sche Grundgesetz zu unzweifelhafter Gewissheit erhoben. Im vorliegenden Falle ergiebt sich für die Gleichgewichtslage die Gleichung

Fig. 3.



$$\frac{M m}{R^3} \cdot \cos v = m T \cdot \sin v$$

und hieraus

$$\frac{M}{T} = R^3 \cdot \operatorname{tang} v.$$

Um das Verhältniss $\frac{M}{T}$ zu ermitteln, hat man also, mag man von dieser zweiten oder von der ersten Hauptlage ausgehen, nur eine Länge (R) und einen Winkel (v) zu messen. Auch hier wird v mit Hilfe von Spiegel, Skala und Fernrohr bis auf einige Sekunden genau ermittelt; je vier Beobachtungen, aus denen das Mittel zu nehmen ist, ergeben sich, indem man einerseits die Pole N und S mit einander, andererseits die südliche mit einer gleichen nördlichen Entfernung vertauscht.

Am 18. September 1832 ergab sich in den Einheiten des GAUSSschen Systems

$$\frac{M}{T} = 56\,606\,437;$$

derselbe Werth beziffert sich auf 56 606,437 Einheiten des CGS-Systems.

Endergebniss beider Versuchsreihen.

Durch die Schwingungsversuche wurde (S. 55) ermittelt

$$MT = 179\,770\,060,$$

durch die Ablenkungsversuche

$$\frac{M}{T} = 56\,606\,437.$$

Die Multiplikation beider Gleichungen liefert den Werth für M^2, die Division der ersten durch die zweite denjenigen für T^2. Zieht man in beiden Fällen noch die Quadratwurzel, so wird

$$M = \sqrt{(179\,770\,060 \,.\, 56\,606\,437)} = 100\,877\,014,$$

$$T = \sqrt{(179\,770\,060 : 56\,006\,473)} = 1{,}78208.$$

In den Einheiten des CGS-Systems sind dieselben Grössen

$$M = \sqrt{(1797{,}706 \,.\, 56\,606{,}437)} = 10\,877{,}014,$$

$$T = \sqrt{(1797{,}706 : 56\,606{,}437)} = 0{,}178\,208.$$

Dieser letztere Werth giebt die Horizontalintensität des Erdmagnetismus zu Göttingen am 18. September 1832, 5 Uhr V.

Versuchen wir es, uns die Bedeutung der für T nach dem CGS-System ermittelten Zahl noch etwas genauer zu verdeutlichen. Denken wir uns einen Nordpol von der Einheit der Polstärke, also einen solchen, der einen gleich starken, 1 cm von ihm entfernten Pol mit der Kraft eines Dyn abstösst, so wird derselbe im erdmagnetischen Felde von der berechneten Intensität mit einer Kraft von 0,1782 Dyn in der Richtung der Declinationsnadel nach Norden gezogen. Wäre es möglich, jenen Nordpol selbständig darzustellen, so würde er, falls sein Träger eine Masse von 0,1782 Grammen besässe, mit der constanten Beschleunigung von 1 cm horizontal in der bezeichneten Richtung »fallen«. Freilich kann eine solche fortschreitende Bewegung, wie schon GAUSS hervorgehoben hat, deswegen nicht entstehen, weil es unmöglich ist, einen wenn auch noch so kleinen einpoligen Magneten darzustellen, jedes magnetische Molekül vielmehr als der Träger zweier entgegengesetzter Pole zu denken ist, die im erdmagnetischen Felde mit gleicher Kraft nach entgegengesetzten Seiten gezogen werden. Denken wir uns dagegen

einen linearen Magneten ns von 1 cm Länge und der Einheit der Polstärke in einer zum magnetischen Meridian senkrechten Lage, so werden jene in n und s angreifenden gleichstarken und entgegengesetzt gerichteten Kräfte von je 0,1782 Dyn den Magnet zu drehen suchen und zwar wird das Drehungsmoment dieses Kräftepaares 0,1782 Dyncentimeter betragen, d. h. es ist darstellbar durch einen Druck von 0,1782 Dyn, angreifend an einen Hebelarm von 1 cm Länge. Demnach wird der Erdmagnetismus nur eine drehende, nie eine fortschreitende Bewegung bewirken können, zum Unterschied von der Schwerkraft, die uns als Ursache einer fortschreitenden Bewegung beim freien Fall, als Ursache einer drehenden Bewegung bei den Pendelschwingungen entgegentritt

Um aus der horizontalen Componente T die in der Richtung der Inclinationsnadel wirksame totale Intensität J des erdmagnetischen Feldes zu berechnen, hat man den Werth von T noch durch den Cosinus des Inclinationswinkels i zu dividiren. Das Resultat seiner am 23. Juni 1832 gemachten Beobachtung ($i = 68^{0}\ 22'\ 52''$) hat GAUSS später selbst als unzuverlässig, und zwar in Folge der störenden Einwirkung der im Beobachtungsraum vorhandenen Eisenmassen als etwas zu gross ausgefallen bezeichnet. Setzen wir annähernd $i = 68^{0}\ 10'$, so ergiebt sich

$$J = 4{,}7916 \text{ bezw. } 0{,}47\,919$$

Einheiten des GAUSS'schen bezw. des CGS-Systems.

Bei der Messung der magnetischen Grössen nach absolutem Maasse blieb GAUSS nicht stehen. Er erkannte sogleich die Möglichkeit. sein Magnetometer in ein äusserst empfindliches Galvanometer dadurch umzuwandeln, dass er den Declinationsstab desselben mit einem Multiplicator, dessen Windungen in die Ebene des magnetischen Meridians fielen, umgab. Wurde nun ein elektrischer Strom durch den Multiplicator geleitet, so machte der Magnetstab einen Ausschlag, je nach der Richtung des Stromes nach der einen oder nach der andern Seite. So konnten die allerschwächsten, durch chemische oder durch thermische Differenz wie auch durch Induction erzeugten Ströme durch eine Bewegung des Spiegelbildes der Skala um Hunderte von Theilen deutlich sichtbar gemacht werden. Der weitere Verfolg dieser Untersuchungen führte zu einer der wichtigsten Errungenschaften der Neuzeit, zur ersten praktischen Ausführung eines elektromagnetischen Telegraphen. Zwar hatte es an Ideen, wie der elektrische Strom auf weite Entfernungen hin zur Zeichengebung benutzt werden könnte, nicht gefehlt. SÖMMERING

hatte schon 1809 die Gasentwickelung im Wasserzersetzungsapparat für diesen Zweck in Vorschlag gebracht, und noch zehn Jahre früher hatte BÉTANCOURT eine Drahtkette von Aranjuez nach Madrid gezogen, um durch die Entladung einer Leydener Flasche ein verabredetes Zeichen zu geben; es liegt auf der Hand, warum dergleichen Vorschläge zu einer praktischen Bedeutung nicht gelangen konnten.

Im Jahre 1828 veröffentlichte OHM das für die Messung elektrischer Ströme grundlegend gewordene Gesetz, nach welchem die Stromstärke der elektromotorischen Kraft direct und dem Widerstand umgekehrt proportional ist. Um von der Schwächung des Stromes durch die Länge und Beschaffenheit des Leitungsdrahtes eine quantitative Kenntniss zu erlangen und die entsprechenden Versuche in grossem Maassstabe anstellen zu können, liess GAUSS, bei der Ausführung dieser nach damaligen Begriffen »grossartigen Anlage« wesentlich unterstützt durch seinen jüngeren Collegen WILHELM WEBER, zwischen der Sternwarte und dem physikalischen Kabinet zu Göttingen eine Drahtverbindung herstellen, an welche beiderseits der Multiplicator des zum Galvanometer vervollständigten Magnetometers angeschlossen wurde. Damit war die Möglichkeit gegeben, den elektrischen Strom eine Drahtlänge von fast einer halben Meile durchlaufen zu lassen. Wenn nun auf der einen Station die Kette geschlossen wurde, so machten die Magnetstäbe beider Apparate gleichzeitig einen Ausschlag, nach der einen oder andern Seite, je nachdem vermittelst eines Stromwenders der Strom in der einen oder der entgegengesetzten Richtung durch die Leitung geschickt wurde. Anfänglich hatte man ein schwaches galvanisches Element, ein Plattenpaar in ungesäuertem Wasser, als Stromquelle eingeschaltet; später benutzte GAUSS lediglich den Strom, der durch die rasche Einführung eines Magnetstabes in die Höhlung einer Inductorrolle erzeugt wurde. »Man ist«, sagte er, »durch diese Vorrichtungen der Bewegungen so sehr Herr, dass man sich ihrer zu telegraphischen Zeichen bedienen kann, die ganz unabhängig von Tageszeit und Witterung in verschlossenem Zimmer gegeben und ebenso empfangen werden. Oeftere Versuche, ganze Wörter und kleine Phrasen auf diese Weise zu signalisiren, haben den vollkommensten Erfolg gehabt . . . . Ueberhaupt scheint der Erstreckung der elektromagnetischen Telegraphie selbst auf ungeheure Entfernungen nichts im Wege zu stehen als der Anwachs der Kosten, da grössere von dem galvanischen Strom ohne Zwischenstation zu durchlaufende Strecken zugleich dickere Leitungsdrähte erfordern.«

Die Legung des transatlantischen Kabels liefert den Beweis, in welchem Grade die Technik in Verbindung mit dem Kapital es verstanden hat, der von GAUSS angedeuteten Schwierigkeiten Herr zu werden. Noch heute hat der transatlantische Telegraph im wesentlichen dieselbe Einrichtung wie bei GAUSS und WEBER: die Zeichen werden durch einfache oder wiederholte Ausschläge der Nadel nach der einen oder der andern Seite gegeben.

Die eminent praktische Bedeutung dieser Erfindung vermochte übrigens nicht, die Aufmerksamkeit der beiden zu gemeinsamer Arbeit verbündeten Gelehrten von der wissenschaftlichen Erforschung und vor allen Dingen der quantitativen Bestimmung der hier in Betracht kommenden Naturkräfte abzulenken. »Die glänzenden Entdeckungen OERSTED's und FARADAY's haben der Naturforschung eine neue Welt geöffnet, deren Zaubergärten uns mit Bewunderung erfüllen; unterwürfig machen können wir uns diese Gebiete nur unter Führung der Messkunst.« Die staunenswerthe Entwickelung, welche die Elektrotechnik in unseren Tagen genommen und uns durch die Frankfurter Ausstellung so glänzend vor Augen geführt hat, ist nur eine schlagende Bestätigung dieses GAUSS'schen Wortes. Das hohe Verdienst aber, die von dem genialen Mathematiker angedeutete weitere Aufgabe gelöst und auch die elektrischen Grössen auf feste, lediglich aus den mechanischen Grundeinheiten abgeleitete Maasse zurückgeführt zu haben, gebührt seinem jüngeren Collegen, dem berühmten Göttinger Physiker WILHELM WEBER.

Die elektrischen Grössen in absolutem Maasse.

Statische oder ruhende Elektricität.

Die Möglichkeit, Mengen ruhender Elektricität nach einem absoluten, aus den mechanischen Grundeinheiten abgeleiteten Maasse zu messen, ist gegeben durch das COULOMB'sche Gesetz. Nach diesem durch Versuche mit der Drehwaage (1785—1789) nachgewiesenen Gesetz stossen zwei gleichartige elektrische Theilchen einander ab und ziehen ungleichartige einander an mit einer Kraft, die den beiderseitigen Mengen e und e_1 direct und dem Quadrat ihrer Entfernung umgekehrt proportional, also darstellbar ist durch die Formel

$$f = \frac{e\, e_1}{r^2}.$$

Denken wir uns nun eine Elektricitätsmenge e, die von einer gleich grossen, ein Centimeter von ihr entfernten Menge mit der Kraft eines Dyn abgestossen wird, so haben wir die Maasszahl der Kraft f wie die der Entfernung r gleich 1 zu setzen und erhalten

$$1 = e \,.\, e;\; e = \pm 1.$$

Unter der Einheit ruhender Elektricität hat man also diejenige Elektricitätsmenge zu verstehen, welche eine ihr gleiche, ein Centimeter von ihr entfernte Menge mit der Kraft eines Dyn abstösst. Dabei ist man (nach LICHTENBERG) übereingekommen, die beiden entgegengesetzten, zuerst von DUFAY (1733) unterschiedenen Elektricitäten durch das Vorzeichen, und zwar die Glaselektricität (électricité vitrée) als die positive, die Harzelektricität (électricité résineuse) als die negative zu unterscheiden.

Um von der soeben definirten elektrischen Einheit eine Vorstellung zu gewinnen, bedienen wir uns eines in MÜLLER-POULLET's physikalischem Lehrbuch, Bd. III, S. 208 gegebenen Beispiels. Ein Hollundermarkkügelchen von 0,7 cm Durchmesser wiegt 0,0102 Gramm und wird demnach von der Erde mit einer Kraft von 981 . 0,0102 = 10 Dyn angezogen. Hängt man zwei solche Kugeln an zwei 50 cm langen Coconfäden nebeneinander auf und ladet sie so stark, dass sie sich bis auf 10 cm Distanz abstossen, so enthält jede der beiden Kugeln 10 absolute elektrostatische Einheiten. (Die in der Fussnote gegebene mathematische Berechnung ist theoretisch nicht ganz richtig. Setzt man für den Zustand des Gleichgewichts das rechtsdrehende dem linksdrehenden Moment gleich, so folgt $e = \frac{100}{\sqrt[4]{9900}} = 10{,}025$.)

Die durch eine elektrische Ladung repräsentirte potenzielle Energie hängt nicht nur von der Elektricitätsmenge, sondern ausserdem von einem zweiten Faktor ab, nämlich dem auf der Oberfläche des geladenen Conductors herrschenden Potential*). Einige Vergleiche mögen die Bedeutung dieses Faktors deutlicher machen. Eine gehobene Wassermasse repräsentirt einen Energievorrath, soweit die Möglichkeit gegeben ist, sie auf ein tieferes Niveau abfliessen zu lassen; die protenzielle Energie ist dann das Produkt aus dem Gewicht der Wassermasse und

---

*) CLAUSIUS unterscheidet sorgfältig zwischen Potential und Potentialfunction; wir gebrauchen hier den Ausdruck Potential — wie sonst allgemein geschieht — in dem Sinne von Potentialfunction.

der Niveaudifferenz. — Eine und dieselbe Luftmenge vermag eine um so grössere Arbeit zu leisten, je stärker sie zusammengepresst und je mehr sie in Folge dessen bestrebt ist, sich auszudehnen; in jedem Augenblick ist der Zuwachs der durch Expansion gewonnenen Arbeit das Produkt aus der unendlich kleinen Volumzunahme und dem auf der Flächeneinheit lastenden Druck. — Nicht alle im Kessel einer Niederdruck-Maschine erzeugte Wärme kann in Arbeit umgewandelt werden; der grössere Theil wird durch Vermittelung des in den Condensator entweichenden Dampfes von jenem wärmeren in diesen kühleren Raum übergeführt, und der Wärmeantheil, welcher im günstigsten Falle in Arbeit umgewandelt wird, hängt ab von dem zwischen dem Kessel und dem Condensator herrschenden Temperaturunterschied. In gleicher Weise ist die potentielle Energie einer elektrischen Ladung das Product aus ihrer Menge und ihrem Potential.

Das Fremdartige dieses in der Elektricitätslehre so ausserordentlich wichtigen Begriffs hat in der rein mathematischen Herkunft und Behandlung desselben seinen Grund. Ursprünglich wurde das Potential von GREEN (1828) und von GAUSS (1839) nur als mathematische Hilfsfunktion eingeführt, deren analytische Eigenschaften die Wirkungsweise der *„im verkehrten Verhältnisse des Quadrats der Entfernung wirkender Anziehungs- und Abstossungskräfte“* (Gravitation, Magnetismus, Elektricität) mit überraschender Einfachheit und Allgemeinheit zu berechnen gestatten; daher erfordert die Auffassung des Potentials von dieser Seite her eine über das elementare Gebiet hinausgehende mathematische Bildung. Eine der wesentlichsten jener Eigenschaften ist die, dass das Potential einen Maassstab abgiebt für die unter gewissen Bedingungen aufzuwendende oder zu gewinnende Arbeit.

Denken wir uns einen kugelförmigen Conductor K vom Radius r mit einer bestimmten positiven Elektricitätsmenge + e geladen, so wird sich dieselbe gleichmässig über die Oberfläche des Conductors ausbreiten und, wie mathematisch bewiesen werden kann, nach aussen ebenso wirken, als ob sie im Mittelpunkt der Kugel vereinigt wäre. Denken wir uns ferner in einem beweglichen, ausserhalb der Kugeloberfläche R Centimeter vom Mittelpunkt entfernten Punkte P die Elektricitätsmenge + 1 concentrirt, so wird sie dem COULOMB'schen Gesetz zufolge von der Ladung des Conductors mit einer Kraft von $f = \frac{e \cdot 1}{R^2}$ Dyn abgestossen. Will man nun den Punkt P dem Conductor näher bringen, so hat man

eine stetig wachsende Kraft zu überwinden, also eine Arbeit aufzuwenden; umgekehrt wird durch die zwischen den beiden Elektricitäten wirksame Kraft eine Arbeit geleistet, wenn P, der vom Kugelmittelpunkt O ausgehenden Abstossung folgend, sich weiter vom Conductor entfernt. Liegt der Punkt P anfänglich ganz ausser dem Wirkungsbereich des geladenen Conductors, mathematisch gesprochen in unendlicher Entfernung, so wird, wenn er auf der nach O gerichteten Geraden dem Conductor genähert wird, an jeder Stelle eine Arbeit aufgewendet werden müssen, welche durch das Produkt aus der gerade hier zu überwindenden abstossenden Kraft und dem im nächsten Augenblick zurückzulegenden unendlich kleinen Wegtheilchen gemessen wird. Ist auf diese Weise der Punkt P aus unendlicher Entfernung bis in die Entfernung R vom Kugelmittelpunkt vorgetrieben, so ist der Gesammtwerth der bis zu dieser Stelle aufgewendeten Arbeit gleich $\frac{e}{R}$ geworden, und während man die Einheit positiver Elektricität auf die Kugeloberfläche selbst bringt, erlangt dieser immer stärker wachsende Arbeitsbetrag, das »Potential«, seinen Maximalwerth $\frac{e}{r}$. Die Theorie zeigt, dass zu einem weiteren Vorschieben des Punktes P in das Innere der Kugel ein Arbeitsaufwand nicht mehr erforderlich ist, das Potential hier also überall denselben Werth hat wie auf der Oberfläche. Hiernach können wir das Potential V einer elektrischen Ladung für irgend einen Punkt ihrer Oberfläche wie auch ihrer Umgebung als die Maasszahl derjenigen Arbeit bezeichnen, welche aufgewendet werden muss, um die Einheit positiver Elektricität aus unendlicher Entfernung in die durch diesen Punkt bezeichnete Position zu bringen, die also auch umgekehrt gewonnen wird, wenn dieselbe Einheit von der bezeichneten Stelle nach der entgegengesetzten Richtung abfliesst.

Die für das Potential V eines kugelförmigen Conductors in dem P seiner Oberfläche angegebene Formel

$$V = \frac{e}{r}$$

lässt erkennen, dass die Maasszahl des Potentials gleich eins wird, wenn die elektrische Ladung ebensoviel absolute Elektricitätseinheiten zählt, wie der Kugelradius Centimeter, dass ferner das Potential sich verdoppelt, wenn die Ladung sich verdoppelt, dass allgemein das Potential der Stärke der Ladung unter sonst gleichen Umständen proportional ist.

Diejenige Elektricitätsmenge, welche erforderlich ist, um einen Leiter vom Potential Null zunächst bis zum Potentialwerth Eins zu laden oder ein schon vorhandenes Potential um eine weitere Einheit zu erhöhen, nennt man die elektrische Capacität des Leiters. Kennt man diese Capacität C und das Potential V, so ist die Ladung des Conductors

$$E = C \cdot V, \text{ umgekehrt } V = \frac{E}{C} \text{ und } C = \frac{E}{V}.$$

Man wird leicht bemerken, dass die elektrische Capacität eine ähnliche Bedeutung hat, wie in der Wärmelehre der Begriff der specifischen Wärme oder der Wärmecapacität. Wie jeder Stoff eine bestimmte Wärmemenge aufnehmen muss, um seine Temperatur pro Kilogramm um einen Grad des hunderttheiligen Thermometers zu erhöhen, so nimmt auch jeder elektrische Leiter eine ganz bestimmte Elektricitätsmenge auf, wenn sein Potential um eine weitere Einheit steigen soll. Temperatur und Potential sind demnach verwandte Begriffe; wir werden weiter unten den Vergleich mit der Wärme wieder aufnehmen.

Die Messung der elektrischen Grössen nach absolutem elektrostatischem Maasse hat mehr theoretisches denn praktisches Interesse, da die Entladung ruhender Elektricitätsmengen für technische Zwecke kaum in Betracht kommt. Aber die Definition der elektrischen Einheit gestaltet sich nach dem elektrostatischen Grundgesetz sehr einfach, ausserdem werden wir am Schlusse die verschiedenen elektrischen Maasssysteme mit einander zu vergleichen haben.

Strömende Elektricität.

Der von dem elektrotechnischen Congress zu Paris am 21. September 1881 gefasste Beschluss, durch welchen für die elektrischen Maasse das Centimeter, die Gramm-Masse, die Sekunde als Fundamentaleinheiten festgesetzt wurden, ist bereits oben, S. 43, mitgetheilt worden. Die weiteren, die elektrischen Maasse selbst betreffenden und hier zunächst in Betracht kommenden Beschlüsse lauten:

»2. Die praktischen Einheiten behalten ihre gegenwärtige Definition bei, 10^9 für das Ohm und 10^8 für das Volt.

3. Die Widerstandseinheit (Ohm) wird dargestellt durch eine Quecksilbersäule von einem Quadratmillimeter Querschnitt bei der Temperatur von 0° C.

4. Eine internationale Commission wird beauftragt, durch neue Experimente für die Praxis die Länge der Quecksilbersäule von einem Quadratmillimeter Querschnitt bei 0° C. zu bestimmen, welche den Werth des Ohm darstellt.
5. Man nennt Ampère den Strom, welchen ein Volt in einem Ohm hervorbringt.«

Der durch diesen letzten Beschluss angedeutete Zusammenhang wird erst verständlich durch das bereits oben, S. 61, angeführte Ohm'sche Gesetz *(Georg Simon Ohm, die galvanische Kette, mathematisch behandelt, 1827).* Kennt man die Maasszahl (e) der elektromotorischen Kraft wie diejenige (w) des Leitungswiderstandes, so ergiebt sich die Maasszahl für die Stromstärke (i) jenem Gesetz zufolge durch die Formel

$$i = \frac{e}{w}.$$

Ist e in Volt, w in Ohm ausgedrückt, so ergiebt sich i in Ampère; für i ergiebt sich der Werth eins, wenn e und w beide gleich eins gesetzt werden. Die Frage ist nun: Was hat man sich unter jenen Maassen Volt, Ohm, Ampère eigentlich zu denken? Wie sind die Begriffe elektromotorische Kraft, Widerstand, Stromstärke zu bestimmen? Wir werden versuchen, diese allgemeinen Begriffe durch Vergleiche, die entsprechenden Maasse zunächst durch empirische Thatsachen zu verdeutlichen und zuletzt die von WEBER begründeten absoluten Maasse zu erklären.

Um das Wesen des elektrischen Stromes zu veranschaulichen und insbesondere das Ohm'sche Gesetz verständlich zu machen, pflegt man den elektrischen Strom mit einem Wasserstrom zu vergleichen. Soll eine Wassermasse durch eine Rohrleitung fliessen, so muss der Druck an der Eintrittsstelle höher sein, denn an der Ausflussöffnung und der Ueberdruck muss ausreichen, um die Reibungswiderstände zu überwinden und das Wasser mit einer gewissen Geschwindigkeit durch die Leitung hindurchzupressen. Je grösser jener Ueberdruck und je geringer dieser Widerstand ist, mit desto grösserer Geschwindigkeit wird das Wasser ausfliessen, desto stärker wird also der Strom sein. Dem Ueberdruck entspricht beim elektrischen Strom die elektromotorische Kraft, den Reibungswiderständen innerhalb der Rohrleitung der elektrische Leitungswiderstand, der pro Sekunde ausfliessenden Wassermenge die in der gleichen Zeit durch einen beliebigen Querschnitt der Leitung fliessende Menge von Elektricität, d. i. die Stärke des elektrischen Stroms. — Ein

Vergleich des elektrischen Stroms mit einem Wärmestrom dürfte in mancher Hinsicht noch lehrreicher sein.

Denken wir uns ein mit Wasser gefülltes Gefäss A auf die Siedetemperatur von 100° C. erhitzt und durch eine Wärmequelle dauernd auf dieser Temperatur erhalten; ein zweites Gefäss B möge mit schmelzendem Eise gefüllt sein und dadurch auf einer Temperatur von 0° C. dauernd erhalten werden. Werden nun beide Behälter durch eine metallische Leitung, die gegen eine Wärmeabgabe nach aussen geschützt sein soll, verbunden, so wird unausgesetzt Wärme von dem Punkte höherer zu dem Punkte niedrigerer Temperatur überfliessen, so lange nur die beiden Enden der Leitung auf dem angenommenen Temperaturunterschied erhalten bleiben. Sobald diese Wärmeströmung stationär geworden ist, wird durch jeden Querschnitt der Leitung innerhalb einer Sekunde eine und dieselbe bestimmte Wärmemenge fliessen, die als die Stromstärke bezeichnet und aus der im Kühlgefäss B geschmolzenen Menge von Eis berechnet werden kann. Der Wärmestrom wird nun um so stärker sein, je grösser der Temperaturunterschied an den Enden der Leitung ist. Dabei wäre es ganz gleichgiltig, ob A etwa auf 120°, B auf 20° C. erhalten wird, wenn nur die Temperaturdifferenz dieselbe, in unserem Falle 100° bleibt, gerade so, wie für die Stärke eines Wasserstroms unter sonst gleichen Umständen nur die Druck*differenz* an ihren beiden Enden maassgebend ist. Andererseits wird der Wärmestrom um so stärker sein, je besser die Verbindungsstrecke die Wärme leitet, um so schwächer, einen je grösseren Widerstand sie der Fortleitung der Wärme entgegenstellt. Auch hier haben wir also ein treffendes Analogon zum *Ohm*'schen Gesetz: die Stärke i des Wärmestroms ist der Temperaturdifferenz t zwischen A und B direkt, dem Widerstand w der Leitung umgekehrt proportional, also $i = \frac{t}{w}$. Eine genauere Untersuchung würde weiter zeigen, dass die Temperatur in der Leitung von A nach B ganz gleichmässig von 100° auf 0° C. fällt. Würden wir im Mittelpunkt von AB ein Thermometer anlegen, so würde es 50°, auf ein Viertel der Länge von A aus 75°, auf drei Viertel nur noch 25° zeigen.

Werden in ein mit angesäuertem Wasser gefülltes Glas zwei verschiedenartige Metallplatten, etwa eine Kupfer- und eine Zinkplatte, gestellt, so nehmen dieselben infolge ihrer ungleichen chemischen Verwandtschaft zur Säure einen ungleichen elektrischen Zustand an, und

mit Hilfe eines einigermaassen empfindlichen Elektroskops ist diese Verschiedenheit der elektrischen Erregung leicht nachzuweisen. Stellt man nach DANIELL *(On voltaic combinations, 1836)* einen Kupfercylinder in einen mit Kupfervitriollösung gefüllten Becher, in den Kupfercylinder eine poröse Thonzelle mit verdünnter Schwefelsäure, in welche ein Zinkprisma eingetaucht wird, so wird wie vorhin das Kupfer am hervorragenden Ende positiv, das Zink negativ elektrisch, und die Potentialdifferenz oder Ungleichheit der elektrischen Erregung beträgt nahezu ein »Volt« (genauer 1,088 V.), welche Angabe ungefähr den Sinn hat, als wenn wir in der Wärmelehre von einer Temperaturdifferenz, ausgedrückt in Celsiusgraden, sprechen. Das Bunsenelement (Kohle in concentrirter Salpeter-, Zink in verdünnter Schwefelsäure) hat eine Potentialdifferenz von nahezu 2 Volt (genauer 1,9 V.), wirkt also unter sonst gleichen Umständen fast doppelt so stark als das Daniellelement. Verbindet man nun die beiden Pole durch einen Leitungsdraht, so fliesst positive Elektricität vom Kupfer bezw. der Kohle zum Zink, negative in der umgekehrten Richtung; wir erhalten einen elektrischen Strom, der so lange dauert, als durch die im Element vor sich gehenden chemischen Actionen die Potentialdifferenz der beiden Pole unterhalten wird, entsprechend der durch eine Wärmequelle aufrecht zu erhaltenden Temperaturdifferenz zwischen den Polen des Wärmestroms. Und wie hier diese Temperaturdifferenz als die nächste, die Heizkraft der Wärmequelle als die entferntere Ursache des Wärmestroms zu gelten hat, so muss die Potentialdifferenz der beiden Pole als die nächste Ursache des galvanischen Stroms, die auf der chemischen Action beruhende, jene Potentialdifferenz bei geschlossener Leitung unausgesetzt erneuernde elektromotorische Kraft des Elementes als die entferntere Ursache des überdies vom Leitungswiderstand abhängigen galvanischen Stroms betrachtet werden. In diesem Sinne unterscheiden wir, was nicht immer consequent genug geschieht, zwischen den Begriffen Potentialdifferenz und elektromotorischer Kraft. Ursache und Wirkung sind immer gleichartig, daher werden elektromotorische Kraft und Potentialdifferenz mit einem und demselben Maasse, im heutigen praktischen System mit dem Volt gemessen. Uebrigens kommt nur bei geöffneter Leitung die Potentialdifferenz der Pole der elektromotorischen Kraft des Elementes gleich; sobald die Leitung geschlossen wird, sinkt, wie wir sogleich sehen werden, die Potentialdifferenz der Pole auf einen Bruchtheil der elektromotorischen Kraft herab. Diesen Bruchtheil findet man

nicht selten als die Klemmenspannung oder kurz Spannung des elektrischen Stromes bezeichnet, und in diesem Sinne spricht man von hoch- und von niedriggespannten Strömen. In dem Gebrauche dieses vermöge seiner Kürze sich hartnäckig behauptenden Ausdrucks ist um so grössere Vorsicht zu empfehlen, als das Wort Spannung in der Mechanik wie in der Elektrostatik in einem ganz anderen als dem hier in Frage kommenden Sinne gebraucht wird.

Legt man bei geschlossenem Element ein Voltmeter zunächst an die beiden Pole, so zeigt es die ganze, legt man es dagegen mit dem einen Ende im Mittelpunkt der äusseren Leitung an, so zeigt es nur noch die halbe Potentialdifferenz der beiden Pofe. Hieraus ergiebt sich, dass das Potential längs der Leitung ebenso gleichmässig fällt, wie die Temperatur längs der Wärmeleitung, dass die Potentialdifferenz genau im Verhältniss des überwundenen Leitungswiderstandes consumirt wird. Kehren wir nach dieser Bemerkung zur Formel für das Ohm'sche Gesetz, $i = \frac{e}{w}$, zurück. Bezeichnet e die elektromotorische Kraft des Elementes, so ist unter w der gesammte, sowohl im Elemente selbst wie in der äusseren Leitung zu überwindende Widerstand zu verstehen. Dieser Gesammtwiderstand w zerfällt in den inneren Widerstand r und den äusseren Leitungswiderstand l, es ist also $w = r + l$. Beachten wir nun, dass die elektromotorische Kraft e des Elementes zur Ueberwindung des Gesammtwiderstandes $r + l$, die Potentialdifferenz zwischen den Polen e' zur Ueberwindung des äusseren Leitungswiderstandes consumirt wird, so erhalten wir die Proportion

$$e : e' = (r + l) : l$$

und hieraus $e' = \frac{e \cdot l}{r + l}$. Ist der innere dem äusseren Widerstand gleich, so folgt $e' = \frac{1}{2} e$; ist die Kette geöffnet, l im Vergleich zu r also unendlich gross, so wird $e' = e$; wird das Element kurz geschlossen, so ist l gegen r verschwindend klein und $e' = 0$, d. h. die ganze elektromotorische Kraft wird zur Ueberwindung des inneren Widerstandes verbraucht.

Noch eine wichtige Lehre ziehen wir aus dem Vergleich mit der Wärme. An einer glühenden Nadel verbrennen wir uns die Finger, in einem mässig temperirten Bade befinden wir uns wohl, obgleich die in der Nadel enthaltene Wärmemenge gegen diejenige des Bades ver-

schwindend klein ist. Der Unterschied ist der, dass unsere Nerven empfindlich sind gegen die hohe Temperatur, nicht aber gegen eine grosse Wärmemenge an und für sich. Der gleiche Unterschied zeigt sich bei der Elektricität. Sobald sich hochgespannte Elektricität, wenn auch in noch so geringer Menge durch unseren Körper entladet, fühlen unsere Nerven den Schlag, während weit grössere Mengen im Zustande niedriger Spannung unseren Körper durchströmen können, ohne dass wir eine Erschütterung verspüren. Wie gegen hohe Temperatur, so sind unsere Gefühlsnerven empfindlich gegen hohe Spannung, d. h. gegen grosse Potentialdifferenzen, keineswegs aber gegen grosse Elektricitätsmengen an und für sich. Hiernach wird klar, dass niedrig gespannte Ströme sehr stark, hoch gespannte sehr schwach sein können; gegen diese sind wir empfindlich, nicht gegen jene. Indess scheinen neuere Versuche zu beweisen, dass unsere Nerven auch gegen hoch gespannte Ströme wieder unempfindlich werden, sobald die Potentialdifferenz einen gewissen Grad übersteigt, geradeso wie unser Ohr unempfindlich wird für Töne, unser Auge unempfindlich für Farben von allzugrosser Schwingungszahl.

Wenn zwei Körper von ungleicher Temperatur in Berührung gebracht werden, so gleichen sich die Temperaturen aus; ebenso gleichen sich die Potentiale zweier Conductoren aus, sobald sie miteinander in leitende Verbindung gebracht werden. Wie in allen Theilen eines guten Wärmeleiters überall dieselbe Temperatur, so herrscht auf der Oberfläche wie im Inneren eines geladenen Conductors überall dasselbe Potential.

Wenden wir uns nach diesen allgemeinen Erörterungen zu der Frage, mit welchem Maasse jede der durch das Ohm'sche Gesetz bezeichneten Grössen, nämlich Stromstärke, elektromotorische Kraft bezw. Potential, Widerstand gemessen werden und auf welchen Grundlagen die absoluten Maasse dieser Grössen beruhen.

Die Stromstärke.

Jede Wirkung des elektrischen Stroms, welche lediglich durch die Stromstärke, nicht auch zugleich durch die elektromotorische Kraft oder durch den Widerstand bedingt wird, kann der selbstständigen Messung der Stromstärke zu Grunde gelegt werden. In dieser Hinsicht ziehen wir die chemischen, die magnetischen und die dynamischen Wirkungen

des Stroms in Betracht und unterscheiden demnach ein chemisches, ein elektromagnetisches und ein elektrodynamisches Maass.

Das chemische Maass. Alsbald, nachdem VOLTA den Aufbau der nach ihm benannten Säule gelehrt hatte, beobachtete RITTER in Jena (1800) die Zersetzung des Wassers durch den galvanischen Strom; es gelang ihm, die entwickelten Gase, Wasserstoff und Sauerstoff, getrennt aufzufangen, auch machte er zuerst den Versuch, diese beiden Gase vermittelst des elektrischen Funkens wieder zu Wasser zu vereinigen. Sieben Jahre später zerlegte DAVY in England die bis dahin für einfache Körper gehaltenen Alkalien und Erden in Sauerstoff und die entsprechenden Metalle, und 1833 entdeckte FARADAY das elektrolytische Grundgesetz, nach welchem ein und derselbe Strom aus verschiedenen Elektrolyten chemisch äquivalente Mengen ausscheidet. Nach dem Vorschlage von JACOBI in Petersburg wurde von den Physikern die Stärke desjenigen Stroms als Einheit angenommen, welcher binnen einer Minute ein Cubikcentimeter Knallgas, gemessen in trockenem Zustande bei 0^0 C. und 760 mm Druck, entwickelt. Vorgreifend sei hier schon bemerkt, dass das Ampère 10,44 solcher JACOBI'scher Einheiten beträgt, also demjenigen Strome zukommt, welcher 10,44 ccm Knallgas in einer Minute liefert. Derselbe Strom scheidet aus der Lösung eines Silbersalzes 1,118 Milligramm Silber in einer Sekunde aus. Wird also die Platte, auf welcher das Silber niedergeschlagen wird, vor und nach dem Versuche gewogen, die Gewichtszunahme pro Sekunde in Milligrammen berechnet und durch 1,118 Milligramm dividirt, so erhält man die Maasszahl der Stromstärke ausgedrückt in Ampère. Nach FARADAY werden diejenigen Messapparate für die Stromstärke, welche auf der chemischen Wirkung des Stroms beruhen, Voltameter genannt; es ist leicht einzusehen, warum für praktische Zwecke das Kupfer- oder das Silbervoltameter vor dem Knallgasvoltameter den Vorzug verdient.

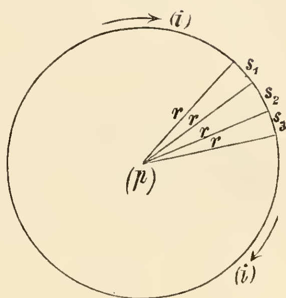
Das absolute elektromagnetische Maass. Nachdem OERSTED (Kopenhagen, 1820) die Ablenkung der Magnetnadel durch den elektrischen Strom entdeckt hatte, ermittelten BIOT und SAVART alsbald das Gesetz, nach welchem ein unendlich kleines Stromelement auf einen Magnetpol wirkt. Nach diesem BIOT-SAVART'schen Gesetz steht die Richtung, in welcher das Stromelement den Magnetpol zu bewegen sucht, auf der durch das Element und den Pol gelegten Ebene senkrecht und die Kraft f ist, sofern das Stromelement auf seiner Verbindungslinie mit

dem Pol senkrecht steht, der Stromstärke i, der Polstärke p und der Länge s des Stromelements direkt, dem Quadrate r seiner Entfernung vom Pol umgekehrt proportional, also darstellbar durch die Formel

$$f = \frac{i \cdot p \cdot s}{r^2}.$$

Für einen endlichen Stromleiter ist hiernach die Wirkung leicht zu berechnen, wenn jedes unendlich kleine Element desselben auf der Verbindungslinie mit dem Magnetpol senkrecht steht, d. h. wenn der Strom in einem Kreisbogen um den Pol herumgeführt wird (Fig. 4). Bezeichnen wir die Länge der einzelnen Stromelemente mit s_1, s_2, $s_3 \ldots . s_n$, die Gesammtlänge des Bogens mit b, so wird, da sich die Wirkungen sämmtlicher Stromelemente summiren, nunmehr

Fig. 4.



$$f = \frac{i \cdot p \cdot (s_1 + s_2 + s_3 \ldots . s_n)}{r^2} = \frac{i \cdot p \cdot b}{r^2}.$$

Sämmtliche Grössen dieser Gleichung sind bis auf i in absolutem Maasse messbar: f in Dyn, p in den oben (S. 49) definirten absoluten Einheiten der Polstärke, b und r in Centimetern. Wird nun umgekehrt i aus obiger Gleichung entwickelt, so erhalten wir

$$i = \frac{f \cdot r^2}{p \cdot b}$$

in absolutem Maasse, und diese Gleichung enthält zugleich die Definition für die absolute Einheit der nach ihrer elektromagnetischen Wirkung gemessenen Stromstärke. Beträgt die Länge des Radius wie die des Strombogens ein Centimeter (Bogen und Radius werden einander gleich bei einem Centriwinkel von $57^0\ 17'\ 45''$), die Polstärke p eine absolute Einheit, die Kraft f ein Dyn, ist also $r = 1$, $b = 1$. $p = 1$, $f = 1$, so wird auch $i = 1$, d. h. die Einheit der Stromstärke hat derjenige Strom, welcher, einen Kreisbogen von 1 cm Länge und 1 cm Radius durchfliessend, einen im Centrum befindlichen Magnetpol von der Polstärke Eins mit der Kraft eines Dyn aus der Kreisebene senkrecht heraustreibt.

Hiernach lässt sich nun auch leicht das Drehungsmoment berechnen für den Fall, dass der Strom wie bei der WEBER'schen Tangenten-

bussole (1842) im Kreise um eine verhältnissmässig kleine Magnetnadel herumgeführt wird. Bekanntlich schlägt, wenn der Kreis in den magnetischen Meridian gestellt und dann der Strom geschlossen wird, die Nadel so aus, dass ein mit dem Strome schwimmender und nach der Nadel schauender Beobachter den Nordpol zur Linken hat. Für die Bogenlänge b haben wir in diesem Falle die Länge des Kreisumfanges $2\pi r$ zu setzen und erhalten für die auf den Nordpol $+ p$ wirkende Kraft den Werth

$$f = \frac{2\pi r . i . p}{r^2} = \frac{2\pi . i . p}{r},$$

und für das statische Moment dieser Kraft, wenn wir mit l den (gegen r verhältnissmässig kleinen) Abstand des Nordpols von der durch den Mittelpunkt gehenden Drehungsaxe der Nadel bezeichnen, den Werth

$$\frac{2\pi i . p}{r} . l.$$

Ebenso gross ist das Moment der auf den Südpol (— p) wirkenden und an den entgegengesetzten Hebelarm (— l) wirkenden Kraft, daher erhalten wir das gesammte von dem Kreisstrom auf die Magnetnadel ausgeübte Drehungsmoment ausgedrückt durch die Formel

$$D = \frac{2\pi . i . p}{r} . 2l = \frac{2\pi . i . m}{r},$$

sofern wir wie oben (S. 51) das Produkt aus der Axe 2l und der Polstärke p als das magnetische Moment der Nadel kurz mit m bezeichnen.

Hat sich die Nadel um den Winkel v aus dem magnetischen Meridian gedreht, so hat das Drehungsmoment nur noch den Werth $\frac{2\pi i m}{r} . \cos v$; andererseits wird die Nadel durch den Erdmagnetismus in den Meridian zurückgezogen mit einer Kraft, deren Moment wie bei den oben (S. 55) beschriebenen Ablenkungsversuchen den Werth $m T . \sin v$ hat. Die durch den Strom abgelenkte Nadel wird daher in einer Lage zur Ruhe kommen, in welcher das linksdrehende dem rechtsdrehenden Moment absolut genommen gleich wird, und wir erhalten für diese Gleichgewichtslage die Gleichung

$$\frac{2\pi i m}{r} . \cos v = m T . \sin v$$

und hieraus für die Stromstäke i nach Ausfall des gemeinsamen Faktors m

$$i = \frac{r T}{2\pi} . \operatorname{tang} v.$$

Diese Formel lässt zunächst erkennen, dass die Stromstärke der Tangente des Ausschlagswinkels proportional ist, dass ferner die Stromstärke in absolutem Maasse gefunden wird, indem man diese Tangente mit einem von dem Radius der Bussole und der Horizontalkomponente T des Erdmagnetismus abhängigen Faktor, dem »Reductionsfaktor«, multiplicirt. Um diesen Reductionsfaktor zu berechnen, hat man r in Centimetern, T in absolutem Maasse zu messen; da 2π und tang v unbenannte Zahlen sind, so ist die Stromstärke i eine mit dem Produkt r T gleichartige Grösse. Dadurch, dass man dem Radius r der Tangentenbussole eine schickliche Länge giebt, lässt sich erreichen, dass der Reductionsfaktor $\frac{rT}{2\pi}$ für einen bestimmten Beobachtungsort den Werth Eins annimmt. Im mittleren Deutschland beträgt T gegenwärtig annähernd 0,2 absolute Einheiten des CGS-Systems. Wählt man unter dieser Voraussetzung r = 31,4 cm, so wird der Reductionsfaktor

$$\frac{rT}{2\pi} = \frac{31{,}4 \,.\, 0{,}2}{2 \,.\, 3{,}14} = 1;$$

die Tangente des Ausschlagswinkels ergiebt nun ohne weitere Rechnung die Stromstärke in absolutem Maasse.

Der aus dem BIOT-SAVART'schen Gesetz unmittelbar hergeleiteten Definition für die absolute elektromagnetische Einheit der Stromstärke lässt sich noch eine zweite Fassung geben, wenn man den für das Dehnungsmoment des Kreisstroms gefundenen Ausdruck

$$D = \frac{2\pi i m}{r}$$

dadurch umgestaltet, dass man Zähler und Nenner des Bruches mit r^2 multiplicirt. Dann wird

$$D = \frac{2 \,.\, \pi r^2 i m}{r^3} = \frac{2 q i m}{r^3},$$

sofern wir den Inhalt πr^2 der vom Strom umflossenen Kreisfläche kurz mit q bezeichnen. Nun kann, wie schon AMPÈRE (1823) gezeigt hat, jeder Magnet bezüglich seiner Fernwirkung durch einen Kreisstrom ersetzt werden, dessen Ebene auf der Axe des Magneten senkrecht steht, und umgekehrt der Strom durch einen Magneten. Sei nun wie oben (S. 51) M das magnetische Moment dieses Magneten, so wird für die hier in Betracht kommende erste Hauptlage das auf die drehbare Nadel

aus der Entfernung r ausgeübte Drehungsmoment ausgedrückt durch die Formel

$$D = \frac{2\,M\,m}{r^3},$$

der Magnet wird also, wie eine Vergleichung der beiden für D gewonnenen Ausdrücke zeigt, den Strom ersetzen, wenn

$$q\,i = M$$

ist. Ist nun q gleich der Flächeneinheit, M die absolute Einheit des Stabmagnetismus, so wird auch, und zwar in absolutem elektromagnetischem Maasse, $i = 1$, d. h.:

> Derjenige Strom besitzt die Einheit der Stromstärke, welcher, die Flächeneinheit umkreisend, dieselbe magnetische Fernwirkung ausübt, wie ein zur Stromebene senkrechter (kurzer) Magnetstab, dessen Moment der absoluten Einheit gleich ist.

Es ist dies dieselbe Definition, welche in den »Resultaten aus den Beobachtungen des magnetischen Vereins im Jahre 1840« für die Einheit der Stromstärke von WILHELM WEBER gegeben worden ist. Wir haben gesehen, wie GAUSS sein Magnetometer in ein empfindliches Galvanometer umwandelte, indem er den Magnetstab mit einem Multiplicator umgab, dessen Windungen in die Ebene des magnetischen Meridians fielen. Aus diesem Galvanometer ging das WEBER'sche »Elektrodynamometer« dadurch hervor, dass der Magnetstab durch eine mittelst zweier Fäden drehbar aufgehängte Stromspule, die »Bifilarrolle«, ersetzt wurde, deren Windungen zur Ebene des magnetischen Meridians senkrecht waren. Unter Anwendung von Spiegel, Skala und Fernrohr wurden mit diesem Apparat Ablenkungs- und Schwingungsversuche in derselben Weise und mit derselben Schärfe angestellt wie mit dem Magnetometer. Durch »Standbeobachtungen« oder Ablenkungsversuche wurden die von AMPÈRE 1820 beobachteten, 1823 auf ein allgemeines Gesetz zurückgeführten elektrodynamischen, durch Schwingungsversuche die 1831 von FARADAY entdeckten Inductionserscheinungen in quantitativer Hinsicht untersucht. Dabei wurden Stromstärken, elektromotorische Kräfte, Widerstände nach absolutem Maasse gemessen (*Elektrodynamische Maassbestimmungen, 1846 und 1852*), und zwar die Stromstärken auch bei den elektrodynamischen Versuchen in elektromagnetischem Maass. Als Grundeinheiten wählte WEBER wie früher GAUSS das Millimeter, das Milligramm (d. h. dessen Masse), die Sekunde. Die aus diesen Grundmaassen abgeleitete Einheit der Stromstärke beträgt

nur den hundertsten Theil der aus Centimeter, Gramm, Sekunde abgeleiteten absoluten elektromagnetischen Einheit; die 1881 vom Pariser Congress festgesetzte praktische Einheit, das Ampère, ist, wie bereits erwähnt, der zehnte Theil der absoluten CGS-, folglich das Zehnfache der absoluten WEBER'schen Einheit. Die absolute elektromagnetische CGS-Einheit der Stromstärke entwickelt in einem Knallgas-Voltameter 104,4, ein Ampère 10,44, die WEBER'sche Einheit 1,044 ccm Knallgas bei 0^{0} C. und 760 mm Druck.

Das absolute elektrodynamische Maass. Für die Herleitung eines absoluten Strommaasses aus den mechanischen Grundmaassen der Länge, der Masse und der Zeit scheinen die dynamischen Wirkungen zweier Stromleiter aufeinander die natürlichste Grundlage zu bieten. Allein das von AMPÈRE aufgestellte Grundgesetz, nach welchem zwei unendlich kleine Stromelemente auf einander wirken, ist weit verwickelter, denn das BIOT-SAVART'sche Gesetz für die Wirkung zwischen einem Stromelement und einem Magnetpol. Demnach sind auch die elektrodynamischen Erscheinungen schwieriger zu berechnen denn die elektromagnetischen, und so erklärt es sich, warum das elektrodynamische Strommaass hinter dem elektromagnetischen an praktischer Bedeutung zurücksteht. Uebrigens hat WEBER gezeigt, wie eine und dieselbe dynamische Wirkung unter Anwendung des einen wie des anderen Maasses berechnet werden kann, und aus einem Vergleich beider Ergebnisse den Schluss gezogen, dass das Quadrat der elektromagnetischen doppelt so gross ist als das der elektrodynamischen Einheit, dass folglich jene zu dieser Einheit in demselben Verhältniss steht, wie die Diagonale zur Seite eines Quadrates. Im Knallgasvoltameter würde sich daher die elektrodynamische Einheit des CGS-Systems als die Stärke desjenigen Stromes darstellen, der in einer Minute $104{,}4 : \sqrt{2}$ oder 73,8 ccm Knallgas von 0^{0} C. und 760 mm Druck entwickelt. Dieselbe Einheit repräsentirt im praktischen Maasssystem eine Stromstärke von rund 7 Ampère. Hier möge noch bemerkt werden, dass die in der Technik gebräuchlichen Ampèremeter im wesentlichen aus einer Stromspule und einem durch eine elastische Feder gehaltenen, über der Höhlung der Spule schwebenden Cylinder aus weichem Eisen bestehen. Geht ein Strom durch die aus dickem Kupferdraht gebildeten Windungen der Spule, so wird dieselbe magnetisch und zieht den Eisencylinder um so tiefer in die Höhlung, je stärker der Strom ist. Diese Bewegung wird auf einen über der Eintheilung schwebenden Zeiger übertragen.

Durch Hintereinanderschaltung mit einem Voltameter oder einer Tangentenbussole in einen und denselben Stromkreis werden solche Instrumente empirisch geaicht.

Elektromotorische Kraft und Potential in absolutem Maasse.

So lange constante galvanische Elemente nicht bekannt waren, fehlte es für die Messung elektromotorischer Kräfte an einer festen Grundlage. So können die aus Messungen mit einem Plattencondensator abgeleiteten Zahlen, durch welche VOLTA die Potentialdifferenz zwischen irgend zwei Metallen seiner Spannungsreihe ausdrückte, wie

Kupfer | Silber = 1, Zink | Silber = 12,

nur den Werth ungefährer Schätzungen beanspruchen. Ferner ist bekannt, dass in einem einfachen galvanischen Element, etwa Kupfer und Zink in verdünnter Schwefelsäure, die elektromotorische Kraft sehr rasch abnimmt, sobald die Kette geschlossen wird; in Folge der im Element selbst eintretenden Wasserzersetzung bedeckt sich die Kupferplatte mit Wasserstoff, wodurch eine der ursprünglichen entgegenwirkende elektromotorische Kraft entsteht. Die sogenannten constanten Elemente suchen diese galvanische Polarisation, d. h. die Wasserstoffablagerung auf der negativen Polplatte, durch Anwendung einer zweiten Flüssigkeit zu verhindern. So zeigt die elektromotorische Kraft eines DANIELL'schen Elements (vergl. S. 69) längere Zeit hindurch keine merkliche Aenderung, daher konnte ein »Daniell«, das sich durch Hintereinanderschalten mehrerer Elemente beliebig vervielfältigen lässt, sehr wohl als Maass elektromotorischer Kräfte dienen. Aber auf die Dauer ist auch ein solches Element wie alle seine Verwandten nicht constant, und die specifische Beziehung auf das elektrische Verhalten bestimmter Metalle, Salzlösungen und Säuren charakterisirt jede solche Einheit als ein relatives, auf willkürlicher Wahl beruhendes Maass. Die Frage ist also, ob nicht auch die elektromotorische Kraft und deren Wirkung, die Potentialdifferenz, auf ein absolutes, lediglich aus den mechanischen Grundmaassen der Länge, Masse und Zeit abgeleitetes Maass zurückgeführt werden kann.

WILHELM WEBER hat dieses absolute Maass aus dem Grundgesetz der von FARADAY entdeckten Magnet-Induction abgeleitet und bei seinen elektrodynamischen Maassbestimmungen in Anwendung gebracht. Wird ein Magnet gegen einen geschlossenen Leiter bewegt, so

wird durch diese Bewegung in dem Leiter ein Strom inducirt, der — nach LENZ — die inducirende Bewegung vermöge seiner elektrodynamischen Rückwirkung auf den primären Strom zu hemmen sucht; der inducirte Strom verschwindet, sobald die Bewegung aufhört. Bewegt man einen offenen Leiter durch ein magnetisches Feld, so zeigen die Enden des Drahtes während der Bewegung eine Potentialdifferenz, die unter sonst gleichen Umständen am grössten wird, wenn die Bewegung senkrecht gegen die magnetischen Kraftlinien gerichtet ist. Das Inductionsgesetz gestaltet sich sehr einfach für einen gradlinigen Leiter und ein homogenes, z. B. das erdmagnetische Feld. In diesem Falle ist die inducirte Potentialdifferenz e der Länge l des Drahtes, der Intensität T des Feldes und der Geschwindigkeit n des parallel mit sich selbst und senkrecht gegen die Kraftlinien bewegten Drahtes proportional, also

$$e = l\,T\,n.$$

Diese Formel enthält zugleich die Definition für die Einheit der elektromotorischen Kraft. Diese Einheit wird in einem Drahte von der Länge Eins inducirt, wenn er mit der Geschwindigkeit Eins senkrecht zu den Kraftlinien des erdmagnetischen Feldes bewegt wird, dessen Intensität der absoluten Einheit gleich ist.

Denken wir uns, um die Vorstellung zu fixiren, dass ein geradliniger Kupferdraht von 5 cm Länge in verticaler Stellung mit einer Geschwindigkeit von 1 cm senkrecht gegen den magnetischen Meridian bewegt wird, so wird, da er die Kraftlinien des erdmagnetischen Horizontalfeldes senkrecht durchschneidet, an einem Orte des mittleren Deutschlands, wo die Intensität jenes Feldes annähernd 0,2 absolute Einheiten des CGS-Systems beträgt, die inducirte Potentialdifferenz gleich 5 . 0,2 . 1 werden, also eine absolute Einheit betragen. Diese Einheit ist übrigens für praktische Zwecke so unbequem klein, dass man hundert Millionen derselben unter dem Namen »Volt« als internationale praktische Einheit zusammengefasst hat. Um ein Volt zu induciren, müsste ein 50 m langer Draht mit einer Geschwindigkeit von einem Kilometer in der bezeichneten Weise durch das erdmagnetische Feld geführt werden; die Formel

$$e = l\,T\,n$$

ergiebt nämlich, wenn man auf das Centimeter als das Grundmaass der Länge zurückgeht, in diesem Falle

$$e = 5000 \,.\, 0{,}2 \,.\, 10000 = 10^8$$

absolute CGS-Einheiten oder ein Volt.

Auch das Volt ist, nach der Empfindlichkeit unserer Nerven beurtheilt, immer noch eine kleine Grösse. Die elektromotorische Kraft eines DANIELL'schen Elements, dessen Pole wir berühren können, ohne die leiseste Erschütterung zu verspüren, beträgt (nach WALTENHOFEN) 1,088, die eines Bunsenelements 1,9, und die einer geladenen Accumulatorzelle rund 2 V.

In seinen »*elektrodynamischen Maassbestimmungen*« giebt WEBER von der Einheit der elektromotorischen Kraft eine von der soeben gegebenen, dem Wortlaut nach abweichende, inhaltlich jedoch, was hier nicht näher begründet werden soll, äquivalente Definition. Wir denken uns einen geschlossenen, in seiner Anfangsstellung auf den magnetischen Meridian senkrecht stehenden, um eine verticale Axe drehbaren Leiter und in jeder Stellung seine Fläche auf eine seiner Anfangsstellung parallele Ebene projicirt. Dann wird diese Projection stetig kleiner und zuletzt gleich Null werden, wenn die Drehung 90^0 beträgt, die Ebene des Leiters also auf der Projectionsebene senkrecht geworden ist; darüber hinaus beginnt die Flächenprojection auf der entgegengesetzten Seite wieder zu wachsen und erreicht ihr negatives Maximum nach einer Drehung von 180^0. Hat das erdmagnetische Feld, absolut gemessen, die Intensität Eins, so wird die absolute Einheit der elektromotorischen Kraft in dem Leiter inducirt, wenn bei der Drehung jene Flächenprojection um die Flächeneinheit während einer Sekunde zu- oder abnimmt. WEBER maass die Längen nach Millimetern, die Massen nach Milligrammen, seine Einheit beträgt von der absoluten CGS-Einheit nur den tausendsten Theil, auf ein Volt gehen demnach 10^{11} oder hunderttausend Millionen WEBER'sche Potentialeinheiten. Thatsächlich hat WEBER mittelst seines Erdinductors durch Drehung im Horizontalfeld des Erdmagnetismus elektrische Ströme mit messbaren Wirkungen inducirt und nach absolutem Maasse berechnet.

Zum absoluten Maasse des Potentials kann man noch auf einem anderen als dem von WEBER eingeschlagenen Wege gelangen. Nach dem von JOULE (1841) entdeckten Gesetz ist die während einer Sekunde in einem Leiter in Form von Wärme entwickelte Stromenergie W dem Quadrat der Stromstärke i sowie dem Widerstand w des Leiters, den wir uns als einen beliebigen Theil der Gesammtleitung denken, direkt proportional, also

$$W = w i^2.$$

Andererseits ist nach dem OHM'schen Gesetz

$$i = \frac{e}{w},\ w\,i = e,\ w\,i^2 = e\,i, \text{ also auch}$$

$$W = e\,i.$$

In dieser Formel werden wir unschwer die oben (S. 64) gegebene Definition des Potentials als einer unter gewissen Bedingungen zu leistenden Arbeit wiedererkennen. Besteht nämlich zwischen den Enden A und B unseres Leiters die Potentialdifferenz e, so wird eine Arbeit von e Erg geleistet, wenn die absolute Elektricitätsmenge Eins (hier elektromagnetisch gemessen) von A nach B übergeführt wird; ein Strom von der Stärke i führt aber während einer Sekunde i solche Einheiten von A nach B und leistet dabei eine Arbeit von e i Erg. Wird nun die in dem Stromleiter entwickelte Wärme mittelst eines Calorimeters gemessen, nach dem S. 46 angegebenen Verhältniss in Erg umgerechnet, so giebt die Gleichung

$$e = W : i$$

die Potentialdifferenz e gleichfalls in absolutem Maasse. Die aus diesem Zusammenhang entspringende Definition lautet:

> Zwischen zwei Punkten eines Stromleiters besteht die absolute Einheit der Potentialdifferenz, wenn durch die Einheit der Stromstärke in diesem Leiter während einer Sekunde die dem Erg äquivalente Wärmemenge erzeugt wird.

Das in der Technik gebräuchliche Voltmeter (nicht zu verwechseln mit Voltameter, s. S. 72) beruht auf demselben Princip wie das Ampèremeter (S. 77). Aber die Stromspule besteht hier aus zahlreichen Windungen dünnen Drahtes und hat folglich einen grossen Widerstand. Um bei geschlossenem Strom die Potentialdifferenz zwischen irgend zwei Punkten der Leitung zu messen, wird das Voltmeter nicht in sondern neben die Hauptleitung geschaltet. Vermöge ihres grossen Widerstandes gestattet die Spule nur einem geringen Bruchtheil des Gesammtstromes den Durchgang. Auf das Zifferblatt werden statt der Maasszahlen für diesen Bruchtheil der Stromstärke die Produkte aus diesen Zahlen und der Maasszahl des Widerstands der Spule oder, was dasselbe ist, die Maasszahlen der an den Endpunkten der Spule herrschenden Potentialdifferenz geschrieben.

Der Leitungswiderstand in absolutem Maass.

Bevor durch WILHELM WEBER die Möglichkeit gezeigt war, auch für den Leitungswiderstand ein absolutes Maass aus den Grund-

maassen der Mechanik abzuleiten, sah man sich bei der Messung dieser so wichtigen Grösse auf mehr oder weniger zuverlässige, auf willkürlicher Wahl und ganz specifischen Beziehungen beruhende Einheiten angewiesen. Die Erfahrung hatte gezeigt, dass der Widerstand eines Leiters im Verhältniss seiner Länge zu-, dagegen im umgekehrten Verhältniss seines Querschnitts abnimmt und überdies von seiner stofflichen Beschaffenheit abhängt. Die Metalle sind gute Lleiter wie für die Wärme so auch für die Elektricität; Säuren und Salzlösungen leiten den Strom weit schlechter, reines Wasser leitet ihn überhaupt nicht. Unter den Metallen stehen bezüglich des Leitungsvermögens Kupfer und Silber obenan; unter sonst gleichen Umständen setzt das Kupfer dem elektrischen Strom einen 62, das Silber einen 67 mal so kleinen Widerstand entgegen als Quecksilber bei 0 ^{0} C.

JACOBI in Petersburg machte den Vorschlag, vom Kupfer auszugehen und denjenigen Widerstand als Einheit zu wählen, der einem kreisrunden Kupferdraht von 1 m Länge und 1 mm Dicke zukommt. Allein chemisch reines Kupfer steht für elektrische Leitungen kaum zur Verfügung, und selbst bei vollkommener Reinheit ist der Widerstand des Kupfers von seiner durch Hämmern, Ziehen u. s. w. leicht zu alterirenden inneren Structur abhängig. JACOBI erkannte selbst diese Unzuverlässigkeit seiner Einheit sehr wohl nnd suchte nun ein gemeinsames Maass für Widerstandsmessungen dadurch zu erreichen, dass er einen auf einem Brett aufgewundenen Kupferdraht bei verschiedenen Physikern in Umlauf setzte mit der Aufforderung, diesen »Widerstands-Etalon«, der eine Länge von 7,61975 m und eine Dicke von 0,667 mm hatte, genau zu kopiren. In dem Schreiben, mit welchem JACOBI seine an POGGENDORFF in Berlin gerichtete Sendung begleitete, heisst es u. a.: »Hier aber kann keine absolute Bestimmung stattfinden, weil es scheint, dass bei den Widerständen auch der chemisch reinsten Metalle Unterschiede stattfinden, welche durch eine Verschiedenheit der Dimensionen allein nicht erklärt werden können. Gesetzt also, Sie hätten Ihre Widerstandsmesser und Multiplikatoren auf Kupferdraht von 1 m Länge und 1 mm Dicke bezogen, so hätten wir immer noch nicht die Ueberzeugung, ob Ihr Kupferdraht und der unsrige einen gleichen Widerstandscoëfficienten besitzen. Alle diese Schwierigkeiten werden nun gehoben, wenn man einen beliebig gewählten Kupfer- oder anderen Draht bei den Physikern umherwandern lässt und diese bittet, ihre Widerstandsinstrumente darauf zu beziehen und ihre Messungen

künftig nur nach diesem Maasse anzugeben. Herr Professor MAGNUS wird Ihnen also ein kleines schwarzes, mit zwei Schrauben versehenes Kistchen überreichen, in welchem ein auf einem Brette aufgewundener Kupferdraht durch einen aus Wachs und Harz bestehenden Mastix eingekittet und vor Nässe und Feuchtigkeit geschützt ist. Diesen Widerstands-Etalon bitte ich mit Ihren Widerstandsmessern zu vergleichen, zu einem solchen Vergleiche aber auch Herrn Professor WEBER und andere Physiker, die sich mit galvanometrischen Messungen beschäftigen, aufzufordern.«

Alle Schwierigkeiten wurden aber auch auf diesem Wege nicht gehoben. Einzelne Kopien des JACOBI'schen Originals zeigten bis zu 8 % Differenz, und selbst ein und dieselbe Kopie erwies sich als veränderlich. Wie jene Bemerkungen bezeichnend sind für die Verlegenheit, in welcher die Physiker sich bezüglich eines zuverlässigen Widerstandsmaasses befanden, so machen es diese Thatsachen erklärlich, warum die Widerstandseinheit und der wunderliche Vorschlag von JACOBI heute nur noch ein historisches Interesse beanspruchen können.

Besseren Erfolg hatte der von WERNER SIEMENS (1860) gemachte Vorschlag, vom Quecksilber auszugehen und den Widerstand einer Quecksilbersäule von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt als Einheit zu wählen. Das Quecksilber ist in chemisch reinem Zustand leicht zu erhalten, es ist unabhängig von den bei festen Körpern selbst bei chemischer Reinheit möglichen Aenderungen der inneren Structur, und sein Leitungswiderstand ändert sich nur wenig mit wachsender Temperatur. Als ein absolutes Maass kann aber auch die SIEMENS'sche Einheit vermöge ihrer specifischen Beziehung auf das Quecksilber nicht gelten. So gute Dienste sie daher auch den Physikern geleistet hat, so hat sie doch bei der consequenten Durchführung des absoluten Maassystems dem »Ohm« schliesslich weichen müssen.

Das OHM'sche Gesetz, nach welchem

$$i = \frac{e}{w},\ w = \frac{e}{i}$$

ist, giebt die absolute Widerstandseinheit ohne Weiteres an die Hand, sobald, wie es von WEBER geschehen ist, die absoluten Einheiten der Stromstärke wie der elektromotorischen Kraft festgestellt sind. Nach obiger Formel hat die absolute Einheit des Widerstandes derjenige Leiter, welcher, von der absoluten Stromeinheit durchflossen, an seinen Enden eine der absoluten Einheit gleiche Potentialdifferenz zeigt.

Auch hier kann auf Grund des JOULE'schen Gesetzes eine der vorigen gleichwerthige Definition der absoluten Widerstandseinheit gefunden werden. Diesem Gesetze zu Folge wird die in einem Leitungsdraht entwickelte Wärmemenge W, nach mechanischem Maass gemessen, ausgedrückt durch die Formel

$$W = w i^2.$$

Hiernach hat ein Leiter die absolute Einheit des Widerstandes, wenn die Stromeinheit während einer Sekunde eine dem Erg äquivalente Wärmemenge in dem Leiter entwickelt.

Auch diese Einheit ist für praktische Messungen so unbequem klein, dass der Pariser Congress von 1881 tausend Millionen (10^9) derselben unter der Bezeichnung »Ohm« als praktische Einheit festgesetzt hat. Zugleich wurde (Beschluss 4) eine internationale Commission beauftragt, durch neue Experimente für die Praxis die Länge der Quecksilbersäule von einem Quadratmillimeter Querschnitt bei 0^0 C. zu bestimmen, welche den Werth des Ohm darstellt. Auf Grund der durch diese Versuche erzielten Ergebntsse wurde durch einen zweiten Congress am 3. Mai 1884 der folgende, jenen früheren ergänzenden Beschluss gefasst:

»Das gesetzliche Ohm wird dargestellt durch eine Quecksilbersäule von 1 Quadratmillimeter Querschnitt und 106 Centimeter Länge bei der Temperatur des schmelzenden Eises«.

Wie man sieht, übertrifft das legale Ohm (Ω) die SIEMENS'sche Einheit nur um $6\,^0/_0$.

WEBER hatte bereits gefunden, dass die absolute Widerstandseinheit im elektromagnetischen Maasssystem gleichartig ist mit einer Geschwindigkeit. Da er die Längen mit Millimetern maass — das Grundmaass der Masse kommt hier nicht in Betracht —, so betrug seine Einheit nur den zehnten Theil von der absoluten Einheit des CGS-Systems; auf ein Ohm sind daher 10^{10} Widerstandseinheiteu des WEBER'schen Systems zu rechnen. In diesem Maasse berechnete WEBER auch den Widerstand des JACOBI'schen Etalons zu $598 . 10^7 \frac{\text{Millimeter}}{\text{Sekunde}}$ oder $0{,}598\ \Omega$.

Das OHM'sche Gesetz erschliesst uns nunmehr auch den Zusammenhang zwischen den Einheiten des praktischen internationalen Maasssystems Ampère, Volt und Ohm. Um nämlich den Strom, welchen »ein Volt in einem Ohm erzeugt«, nach absoluten Einheiten des CGS-Systems zu berechnen, haben wir zu setzen

$$e = 10^8,\ w = 10^9$$

und erhalten

$$i = \frac{10^8}{10^9} = \frac{1}{10},$$

entsprechend einer ausdrücklichen Folgerung des Congresses von 1884: »Das Ampère ist gleich 10^{-1} elektromagnetischen (CGS) Stromeinheiten.«

Die bereits S. 46 angeführte praktische Einheit des Stromeffects, das »Voltampère« oder »Watt«, lässt sich nun ebenfalls auf die Einheiten des absoluten CGS-Systems zurückführen. In die Formel

$$W = e\,i \quad \text{(S. 81)}$$

haben wir einzusetzen $e = 10^8$ und $i = 10^{-1}$, wodurch sich ergiebt

$$W = 10^8 \,.\, 10^{-1} = 10^7$$

Erg pro Sekunde. Dieser Stromeffect entspricht, wie wir oben (S. 46) gesehen haben, einer Wärmeentwickelung von 0,24 Grammcalorien pro Sekunde.

Obgleich man in England bereits übereingekommen war, die absolute CGS-Einheit der Stromstärke als ein »Weber« zu bezeichnen, so hat es der Congress merkwürdiger Weise doch versäumt, bei der Wahl seiner Benennungen die Namen gerade derjenigen beiden Männer zu berücksichtigen, denen man die Begründung eines absoluten Maasssystems für die magnetischen und elektrischen Grössen zu danken hat. Dass GAUSS und WEBER als Grundmaasse der Länge und der Masse Millimeter und Milligramm statt Centimeter und Gramm gewählt haben, ist für die principielle Beurtheilung der Frage gleichgültig: ihnen bleibt das unbestrittene Verdienst, jene absoluten Maasse nicht nur begründet sondern auch bei ihren Messungen folgerichtig durchgeführt zu haben, und zwar zu einer Zeit, wo das Princip von der Erhaltung der Energie noch nicht entdeckt und die Vorstellung von der Einheit der Naturkräfte in dem uns geläufigen Umfang noch nicht verbreitet war.

Zusammenstellung der im Vorstehenden definirten abgeleiteten Maasse und Herleitung ihrer Dimensionen.

Schon GAUSS hat am Schlusse seiner *Intensitas* an einem bestimmten Beispiel gezeigt, welchen Einfluss der Uebergang von den ursprünglichen zu neuen Grundmaassen auf die Grösse einer abgeleiteten Einheit ausübt. MAXWELL hat (1865) den Zusammenhang zwischen den abgeleiteten Einheiten und den Grundmaassen durch symbolische Formeln ausgedrückt, welche nach einer der Geometrie entlehnten Analogie den Namen *Dimensionsformeln* führen.

Im Folgenden seien l, m, t die Symbole für beliebige Maasszahlen einer Länge, einer Masse, einer Zeit, sofern es sich um die numerische Quantität, dagegen (l), (m), (t) die Symbole derselben Zahlen, sofern es sich um diese Qualität handelt; bezeichnen wir ferner irgend eine auf eine abgeleitete Einheit bezügliche Maasszahl ihrem numerischen Werthe nach mit Z, so werden wir sie rücksichtlich ihrer Beziehung auf jene Einheit mit (Z) bezeichnen. Wird, wie in der Geometrie bei der Berechnung eines Flächeninhaltes, eine Längenmaasszahl mit einer zweiten ebensolchen Zahl multiplicirt, so werden wir diesen Vorgang mit (l) . (l) oder kurz mit (l^2) zu bezeichnen haben, gleichviel, ob jene Zahlen numerisch gleich oder ungleich sind, ob sie endliche oder unendlich kleine Werthe haben.

Die abgeleiteten mechanischen Einheiten.

1. Unter der Geschwindigkeit versteht man den bei gleichförmiger Bewegung in der Zeiteinheit zurückgelegten Weg; ihre Maasszahl v wird also gefunden, indem man die Maasszahl l einer Länge durch die Maasszahl t einer Zeit dividirt. Diesen Vorgang bezeichnen wir symbolisch durch die Gleichung

$$(v) = (l) : (t)$$

oder in der durch die Potenzlehre begründeten bequemeren Schreibweise

$$(v) = (l\,t^{-1}).$$

Diese Gleichung behält ihre Gültigkeit auch für den Fall einer ungleichförmigen Bewegung, die während eines unendlich kleinen Zeitelements als gleichförmig zu betrachten ist.

2. Die Beschleunigung (eine Verzögerung gilt als negative Beschleunigung) wird gefunden, indem man den für eine bestimmte Zeit beobachteten Geschwindigkeitszuwachs auf die Zeiteinheit reducirt; wenn dieser Zuwachs nicht gleichmässig erfolgt, so ist die Rechnung wiederum für ein unendlich kleines Zeitelement auszuführen. In jedem Falle wird die Maasszahl γ einer Beschleunigung gefunden, indem man die Maasszahl v einer Geschwindigkeit durch diejenige einer Zeit dividirt, und dieser Vorgang wird symbolisch dargestellt durch die Gleichung

$$(\gamma) = (v) : (t) = (l\,t^{-1}) : (t) = (l\,t^{-2}).$$

3. Eine Kraft wird gemessen durch die Beschleunigung, welche sie einer bestimmten Masse ertheilt; ihre Maasszahl f ist also das Pro-

dukt aus der Maasszahl m einer Masse und derjenigen einer Beschleunigung; also ist

$$(f) = (m) . (l t^{-2}) = (l m t^{-2}).$$

4. Ein statisches Moment bezw. ein Drehungsmoment ist das Produkt aus Kraft und Hebelarm, seine Maasszahl D demnach das Produkt aus der Maasszahl f einer Kraft und derjenigen l einer Länge. Demnach wird

$$(D) = (f) . (l) = (l^2 m t^{-2}).$$

5. Das Trägheitsmoment K einer Masse ist das Produkt aus ihr selbst und dem Quadrat ihrer Entfernung von der Drehungsaxe, folglich

$$(K) = (m l^2).$$

6. Eine Arbeit wird gemessen durch das Produkt aus einer Kraft und dem in die Kraftrichtung fallenden Weg; ihre Maasszahl A ergiebt sich, indem man die Maasszahl f jener Kraft mit derjenigen einer Länge multiplicirt, folglich ist

$$(A) = (f) . (l) = (l^2 m t^{-2}).$$

Die Dimension einer Arbeit stimmt also mit derjenigen eines statischen Momentes überein. Von derselben Dimension ist ferner eine lebendige Kraft (halbes Produkt aus Masse und Geschwindigkeit).

7. Leistung oder Effekt ist die auf die Zeiteinheit reducirte Arbeit; ihre Maasszahl L wird also gefunden, indem man die Maasszahl A einer Arbeit durch die Maasszahl t einer Zeit dividirt. Hiernach wird

$$(L) = (A) : (t) = (l^2 m t^{-3}).$$

Die magnetischen Einheiten.

8. Die Polstärke wird hergeleitet aus der zwischen zwei Magnetpolen wirkenden Kraft f, die dem Produkt der beiden Polstärken p und p_1 direkt und dem Quadrat ihrer Entfernung r umgekehrt proportional ist, also dargestellt wird durch die Formel

$$f = \frac{p p_1}{r^2} \text{ bezw. } (f) = \frac{(p)^2}{(l)^2}.$$

Hieraus folgt umgekehrt

$$(p^2) = (l^2) . (f), \ (p) = (l) . \sqrt{(f)} = (l) . \left(l^{\frac{1}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-1}\right), \text{ oder}$$

$$(p) = \left(l^{\frac{3}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-1}\right),$$

wenn wir, wie üblich, die hier sich ergebenden Quadratwurzeln durch Potenzen mit gebrochenen Exponenten darstellen.

9. Das magnetische Moment oder der Stabmagnetismus ist das Produkt aus der Polstärke und dem Abstand der beiden Pole. Seine Maasszahl M wird also gefunden, indem man die Maasszahl einer Polstärke p mit der Maasszahl l einer Länge multiplicirt. Die symbolische Darstellung dieses Vorganges lautet

$$(M) = (p) \cdot (l)$$

und ergiebt

$$(M) = \left(l^{\frac{5}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-1}\right).$$

10. Die Intensität eines magnetischen Feldes an einer bestimmten Stelle wird abgeleitet aus der Kraft, mit welcher es auf einen Magnetpol von gegebener Polstärke in der Richtung der Kraftlinie wirkt. Diese Kraft f ist ebenso der Polstärke p wie der Intensität J des Feldes proportional, also ausgedrückt durch die Formel

$$f = p \cdot J.$$

Umgekehrt ergiebt sich die Maasszahl J dieser Intensität, indem man die Maasszahl f einer Kraft durch die Maasszahl p einer Polstärke dividirt. Die Dimensionsformel lautet demnach

$$(J) = (f) : (p)$$

oder mit Rücksicht auf die unter No. 3 und 8 für (f) und (p) entwickelten Ausdrücke

$$(J) = (l\, m\, t^{-2}) : \left(l^{\frac{3}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-1}\right),$$

$$(J) = \left(l^{-\frac{1}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-1}\right).$$

Die Intensität des für einen bestimmten Beobachtungsort als homogen zu betrachtenden erdmagnetischen Feldes ist nach Grösse und Richtung constant. Ihre Horizontalcomponente T ist ein von der Inclination abhängiger Bruchtheil der Gesammtintensität und mit dieser von gleicher Dimension. Daher ist auch

$$(T) = \left(l^{-\frac{1}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-1}\right).$$

Die elektrostatischen Einheiten.

11. Die Einheit der statischen Elektricität wird abgeleitet aus der Kraft f, mit welcher eine Elektricitätsmenge Q auf eine zweite Menge Q_1 aus der Entfernung r wirkt. Die Maasszahl f dieser durch die Formel

$$f = \frac{Q \cdot Q_1}{r^2}$$

dargestellten Kraft wird also gefunden, indem man die Maasszahl Q einer Elektricitätsmenge mit einer gleichartigen Zahl multiplicirt und das Produkt durch das Quadrat einer Längenmaasszahl dividirt; in Zeichen:

$$(f) = \frac{(Q^2)}{(l^2)}, \text{ und folglich}$$

$$(Q) = (l) \, . \left(f^{\frac{1}{2}}\right) = \left(l^{\frac{3}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-1}\right).$$

12. Das Potential V einer punktuell concentrirten Ladung Q nimmt ab mit wachsender Entfernung und wird dargestellt durch die Formel

$$V = \frac{Q}{r}.$$

Die entsprechende Dimensionsformel lautet

$$(V) = \frac{(Q)}{(l)}$$

und ergiebt mit Rücksicht auf den unter No. 11 gefundenen Ausdruck

$$(V) = \left(l^{\frac{3}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-1}\right) : (l) = \left(l^{\frac{1}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-1}\right).$$

13. Die potentielle Energie A einer Ladung Q vom Potential V wird gemessen durch das halbe Produkt beider Grössen. Demnach ist

$$(A) = (Q) \, . \, (V) = (l^2 m t^{-2})$$

übereinstimmend mit Formel 6.

14. Die Capacität C eines durch die Elektricitätsmenge Q zum Potential V geladenen Leiters wird dargestellt durch die Formel

$$C = \frac{Q}{V}.$$

Unter Berücksichtigung von Formel 11 und 12 erhalten wir also

$$(C) = (Q) : (V) = \left(l^{\frac{3}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-1}\right) : \left(l^{\frac{1}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-1}\right) = (l).$$

Die Maasszahl einer elektrostatisch gemessenen Capacität ist also gleichartig mit einer Länge und für einen kugelförmigen Conductor identisch mit der Maasszahl seines Radius.

15. Unter der Stromstärke versteht man die während der Zeiteinheit durch einen Querschnitt der Leitung fliessende Menge von Elektricität; ihre Maasszahl i wird gefunden, indem man die Maasszahl Q einer Elektricitätsmenge durch die Maasszahl t einer Zeit dividirt. Man erhält

$$(i) = (Q) : (t) = \left(l^{\frac{3}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-2}\right).$$



16. Der Widerstand w eines Leiters ist der Quotient aus einer Potentialdifferenz V und einer Stromstärke i. Hiernach wird

$$(\mathrm{w}) = (\mathrm{V}) : (\mathrm{i}) = \left(\mathrm{l}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{m}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{t}^{-1}\right) : \left(\mathrm{l}^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{m}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{t}^{-2}\right) = (\mathrm{l}^{-1}\,\mathrm{t}).$$

Die elektromagnetischen Einheiten.

17. Die Stromstärke i wird abgeleitet aus der Wirkung f eines Kreisstroms vom Radius r auf einen im Centrum befindlichen Magneten von der Polstärke p. Die Wirkung wird dargestellt durch die Formel

$$\mathrm{f} = \frac{2\pi\,\mathrm{i\,p}}{\mathrm{r}}, \text{ woraus folgt } \mathrm{i} = \frac{\mathrm{r\,f}}{2\pi\,\mathrm{p}}.$$

Der constante Faktor 2π ist dimensionslos und hat auf die Dimensionsformel keinen Einfluss; daher ergiebt sich

$$(\mathrm{i}) = (\mathrm{l}) \,.\, (\mathrm{f}) : (\mathrm{p}) = (\mathrm{l}^2\,\mathrm{m}\,\mathrm{t}^{-2}) : \left(\mathrm{l}^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{m}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{t}^{-1}\right),$$

$$(\mathrm{i}) = \left(\mathrm{l}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{m}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{t}^{-1}\right).$$

Dieselbe Formel gilt für den Reductionsfaktor einer Tangentenbussole.

18. Eine Elektricitätsmenge Q ist das Produkt aus einer gegebenen Zeit t und der in der Zeiteinheit durch einen Querschnitt des Leiters fliessenden Elektricitätsmenge, d. i. der Stromstärke i. Man erhält also

$$(\mathrm{Q}) = \left(\mathrm{l}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{m}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{t}^{-1}\right) . (\mathrm{t}) = \left(\mathrm{l}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{m}^{\frac{1}{2}}\right).$$

19. Die Potentialdifferenz an den Enden eines Leiters kann hergeleitet werden aus der während der Zeiteinheit in dem Leiter entwickelten Energie, die ihrerseits das Produkt aus Stromstärke und Potentialdifferenz ist. Daher ist umgekehrt die Potentialdifferenz V der Quotient aus einem Effekt und einer Stromstärke, also unter Bezugnahme auf 7 und 17:

$$(\mathrm{V}) = (\mathrm{L}) : (\mathrm{i}) = (\mathrm{l}^2\,\mathrm{m}\,\mathrm{t}^{-3}) : \left(\mathrm{l}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{m}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{t}^{-1}\right) = \left(\mathrm{l}^{\frac{3}{2}}\,\mathrm{m}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{t}^{-2}\right).$$

Eine elektromotorische Kraft ist mit einer Potentialdifferenz gleichartig und von derselben Dimension.

20. Der Widerstand w eines Leiters ist dem Ohm'schen Gesetz zufolge der Quotient aus der zwischen seinen Endpunkten herrschenden Potentialdifferenz V und der Stromstärke i; die Dimensionsformel ist also

$$(\mathrm{w}) = (\mathrm{V}) : (\mathrm{i}) = (\mathrm{l\,t}^{-1}).$$

Ein elektromagnetisch gemessener Leitungswiderstand ist demnach gleichartig mit einer Geschwindigkeit.

21. Für die Capacität ergiebt sich der unter No. 14 gegebenen Definition zufolge

$$(C) = (Q) : (V) = \left(l^{\frac{1}{2}} m^{\frac{1}{2}}\right) : \left(l^{\frac{3}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-2}\right) = (l^{-1} t^2).$$

Vergleichung der elektrostatischen mit den entsprechenden elektromagnetischen Einheiten.

Dass eine und dieselbe elektrische Grösse elektrostatisch gemessen eine wesentlich andere Dimensionsformel zeigt wie bei elektromagnetischer Messung, erklärt sich durch den Umstand, dass die Wirkungen der ruhenden Elektricität von denen der strömenden Elektricität wesentlich verschieden sind. Gleichwohl zeigen je zwei entsprechende Formeln des einen und des anderen Systems einen höchst merkwürdigen Zusammenhang. Wird z. B. für eine und dieselbe Elektricitätsmenge in elektrostatischem Maasse die Maasszahl Q_s, in elektromagnetischem die Maasszahl Q_m gefunden, so haben wir

$$(Q_s) = \left(l^{\frac{3}{2}} m^{\frac{1}{2}} t^{-1}\right), \quad (Q_m) = \left(l^{\frac{1}{2}} m^{\frac{1}{2}}\right),$$

und der Quotient beider Maasszahlen wird

$$(Q_s) : (Q_m) = (l\,t^{-1}) = (v) \text{ (vgl. No. 1)},$$

ist also gleichartig mit einer gewissen Geschwindigkeit. Ganz dasselbe Verhältniss besteht zwischen den beiden Maasszahlen einer und derselben Stromstärke, das umgekehrte dagegen zwischen denjenigen einer und derselben Potentialdifferenz. Ohne Weiteres ergiebt sich durch Vergleichung der betreffenden Ausdrücke

$$(i_s) : (i_m) = (l\,t^{-1}) = (v)$$
$$(V_s) : (V_m) = (l^{-1} t) = (v^{-1}).$$

Ebenso ergiebt der Vergleich der beiden Maasszahlen für den Widerstand oder die Capacität eines und desselben Leiters

$$(w_s) : (w_m) = (l^{-2} t^2) = (v^{-2})$$
$$(C_s) : (C_m) = (l^2 t^{-2}) = (v^2).$$

Um daher aus den elektromagnetischen die entsprechenden elektrostatischen Maasszahlen zu finden, hat man bei einer Elektricitätsmenge wie bei einer Stromstärke mit der Maasszahl einer gewissen Geschwindigkeit, bei der Capacität mit dem Quadrat einer solchen zu multi-

pliciren; bei einer Potentialdifferenz oder einem Widerstand hat man mit der Maasszahl einer gewissen Geschwindigkeit bezw. deren Quadrat zu dividiren. Wie gross ist diese Geschwindigkeit? Was hat sie zu bedeuten?

Sorgfältige Messungen einer und derselben Elektricitätsmenge, Potentialdifferenz, Capacität nach dem einen wie nach dem anderen System haben ergeben, dass es sich bei all diesen Beziehungen um eine und dieselbe Geschwindigkeit handelt, die den enormen Werth von 300000 km oder $3 \cdot 10^{10}$ cm besitzt. Hiernach lassen sich die auf absolute elektromagnetische CGS-Einheiten bezogenen praktischen Maasse für Stromstärke, Potential und Widerstand, nämlich Ampère, Volt und Ohm ohne Weiteres auch auf absolute elektrostatische CGS-Einheiten zurückführen. Man erhält

$$1 \text{ Ampère} = 10^{-1} (i_m) = 3 \cdot 10^{10} \cdot 10^{-1} (i_s) = 3 \cdot 10^9 (i_s)$$

$$1 \text{ Volt} = 10^8 (V_m) = 10^8 : 3 \cdot 10^{10} (V_s) = \frac{1}{300} (V_s)$$

$$1 \text{ Ohm} = 10^9 (w_m) = 10^9 : 9 \cdot 10^{20} w_s = \frac{1}{9} \cdot 10^{-11} (w_s).$$

Auf ein Ampère gehen also $3 \cdot 10^9$ elektrostatische Stromeinheiten; umgekehrt gehen auf eine elektrostatische Potentialeinheit 300 Volt, auf eine elektrostatische Widerstandseinheit $9 \cdot 10^{11}$ Ohm.

Ist es nun Zufall, dass diese für den Zusammenhang der elektrischen Maasse so bedeutungsvolle Geschwindigkeit keine andere ist als diejenige, mit welcher die Lichtwellen durch den Weltraum sich fortpflanzen? Und was bedeutet die Lichtgeschwindigkeit in den Formeln für die Elektricität? Die Antwort kann heute kaum noch zweifelhaft sein. Jene merkwürdige Uebereinstimmung bedeutet, dass das Licht eine elektrische Erscheinung ist, dass die Elektricität wie das Licht sich fortpflanzt durch die elastischen Schwingungen des Aethers.

In unseren Tagen hat die elektromagnetische Lichttheorie MAXWELLS (1865) eine sichere Grundlage erhalten durch die glänzenden Entdeckungen von HEINRICH HERTZ († 1894). Diesem genialen, der Wissenschaft zu früh entrissenen Forscher ist es gelungen, die zeitliche Ausbreitung elektrischer Transversalwellen im Raume, ihre Spiegelung und ihre Brechung, ihre Interferenz und ihre Polarisation durch den Versuch nachzuweisen und zu zeigen, dass diese Erscheinungen ganz denselben Gesetzen unterworfen sind wie die entsprechenden Erscheinungen der Optik. Der Unterschied ist nicht qualitativer, sondern ledig-

lich quantitativer Natur. Während die Lichtwellen eine, nach unseren gewöhnlichen Vorstellungen zu urtheilen, minimale Länge besitzen (7,6 Zehntausendstelmillimeter für Roth, 3,9 für das äusserste Violett), zeigt die Elektricität Wellen, deren Länge nach Decimetern, Metern, Kilometern rechnet. Aus diesem ganzen stetigen Gebiet wird durch das Licht nur jene eine Octave herausgehoben, auf welche die Stäbchen unserer Netzhaut gestimmt sind, und die elektrischen Erscheinungen sind es, die uns von dem weiten Gebiet zu beiden Seiten dieses Ausschnitts Kunde geben. Die Wissenschaft suchte nach einheitlichen Maassen für die verschiedenen Formen der Kraft, und die Lösung dieser Aufgabe eröffnete zugleich einen überraschenden Blick auf ihr Wesen. So sind es die stille Arbeit, der durchdringende Gedanke eines GAUSS, eines WEBER gewesen, die der Technik zu ihrem nothwendigsten Rüstzeug verholfen und zugleich einen Pfeiler der Brücke aufgerichtet haben, die aus dem Gebiete des Magnetismus und der Elektricität hinüberführt in das Reich des Lichts.
